



UNA PROPUESTA: INCORPORAR ALGUNOS CONCEPTOS DE GRAFOS EN DISTINTOS NIVELES DE ESCOLARIDAD.

Teresa Claudia Braicovich,
Universidad Nacional del Comahue. Neuquén, Argentina

RESUMEN.

El tema grafos no se encuentra, en general, en las currículas escolares, por lo que he llevado a cabo varias investigaciones, en distintos niveles educativos y en diferentes contextos sociales, con el fin de evaluar la viabilidad de introducirlo. A partir de las mismas he podido concluir que el trabajar con algunos conceptos de grafos ayuda a los alumnos en varios aspectos dentro del proceso de enseñanza. Como muchos docentes desconocen el tema, otros sólo tienen un mínimo conocimiento del mismo e incluso algunos, aún cuando manejan más conceptos de esta temática no saben cómo presentarlo a sus alumnos, es que se propone el dictado de este taller, en el que se trabajaría con el concepto de árbol, una de las cuatro motivaciones históricas de la Teoría de Grafos.

Nivel educativo: Maestros, profesores de matemática y estudiantes de alguna de estas carreras.

1. INTRODUCCIÓN.

Puede observarse en los distintos niveles educativos, incluida la enseñanza universitaria, las serias dificultades de los estudiantes para lograr un aprendizaje significativo: les resulta difícil proponer razonamientos propios, en muchas ocasiones no logran resolver sencillos problemas que pueden presentarse en la vida cotidiana y que tienen relación con la matemática. Es probable que esta situación esté relacionada con un modelo cultural que busca reproducir el conocimiento más que producirlo; podemos tomar las palabras de Moisés Coriat: "*No es tan importante saber muchas cosas como saber cómo aprender cosas nuevas*". Por otro lado, no se puede dejar de mencionar lo difícil que resulta a los docentes despertar el interés de los alumnos.

Una posible respuesta a la problemática anteriormente planteada, estaría dada por la idea de plantear situaciones donde el alumno tenga la posibilidad de explorar, descubrir, crear, ensayar, probar, generar hipótesis y conjeturas, discutirlos y analizarlos. En este sentido, a partir de investigaciones realizadas he concluido que los grafos constituyen una buena herramienta para conceptualizar situaciones, para extraer pautas y entender esquemas y lograr transferirlos a situaciones nuevas. La Teoría de Grafos es un tema avanzado a nivel universitario que, en general, no se encuentra en las currículas escolares y que permite realizar análisis y razonamientos muy interesantes. Es decir, no hay necesidad de ser un experto en el tema para usarlos con cierta soltura, por lo que considero que el introducir algunos conceptos de grafos resulta útil para



despertar el interés por la matemática, para ayudar al desarrollo lógico y a la visión espacial, también actúa como formador de la intuición y sostén del razonamiento abstracto. Podemos citar nuevamente a Coriat: *"Por medio de los grafos se facilita el acceso de los alumnos a sus propias estrategias de aprendizaje, no porque estas se describan necesariamente mediante grafos, sino porque el ir y venir entre situaciones y estructuras puede facilitar la toma de conciencia de los propios procesos metacognitivos"*.

2. GRAFOS Y SU POTENCIAL EDUCATIVO.

Puede establecerse, a modo de síntesis, que existen distintos argumentos para pensar que sería positivo introducir algunos conceptos de la Teoría de Grafos en los programas escolares. En el texto de Rosenstein, J., Franzblau, D., Roberts, F. (1997) se detallan los siguientes puntos:

- Referido a la aplicabilidad: en los años recientes varios temas de esta teoría han sido utilizados creando distintos modelos en distintas áreas.
- Referido a la accesibilidad: para entender las aplicaciones del tema en muchas situaciones es suficiente tener conocimientos de aritmética y en otras solamente de álgebra elemental.
- Referido a la atracción: existen algunas situaciones sencillas de resolver y también otras que hacen que los alumnos deban explorar para poder llegar a los resultados.
- Referido a la adecuación: a aquellos estudiantes que no tengan problemas en matemática les dará mayor preparación para las carreras que elijan y para los que no les va bien en esta disciplina es apropiada porque les da la posibilidad de un nuevo comienzo.

En el mismo sentido podemos citar el prólogo del libro *Introductory Graph Theory* de G. Chartrand (1985), el que se transcribe a continuación: "Escribí este libro con varios objetivos: enseñar al lector algunos de los temas vigorosos y excitantes del campo de la teoría de grafos, mostrar que los grafos son aplicables en una gran variedad de campos, dentro y fuera de la matemática, incrementar los conocimientos de los estudiantes y facilitar las demostraciones o pruebas matemáticas y por último no por ser lo menos importante para que disfruten con la matemática".

2.1. PROBLEMA A TRABAJAR: "OPTIMIZANDO EL RIEGO AL MENOR COSTO POSIBLE".

Se presentará un grafo de 21 vértices valuado, un vértice es una toma de agua, los otros 20 son chacras, las aristas son canales de riego y los valores de las mismas indican la distancia en kilómetros de los canales. debido a que los mismos son de tierra es mucha la pérdida de agua hacia las napas y existen algas (las algas se crían en la tierra) que frenan la circulación. estas cuestiones hacen que sea mucha la pérdida de agua y no permiten que se realice un riego adecuado, por lo tanto el consorcio de riego evalúa la posibilidad de cementar algunos de manera tal que el agua llegue a todas las chacras mediante canales



cementados. como el costo de cimentación es muy alto y no se pueden realizar nuevos canales, se necesita determinar cuáles son los que deben ser cementados para que el costo sea mínimo.

2.2. CONTENIDOS A DESARROLLAR.

A partir del problema anterior se busca que los asistentes trabajen de manera tal que descubran la "razón de ser" del contenido que se busca enseñar. Los contenidos que se trabajarían serían, como mínimo, los siguientes:

- Árbol: Son grafos conexos que no tienen ciclos. En los árboles de n vértices hay siempre un número igual a $(n-1)$ aristas. El concepto de árbol surgió en estudios sobre redes eléctricas y también en otros referidos a química, esto fue aproximadamente 100 años después de la aparición del primer escrito de Euler sobre esta temática, el conocido problema denominado "*Los puentes de Königsberg*". En la actualidad el tema árbol tiene muchas aplicaciones, entre otras, en algoritmos para computación.
- Árbol cubriente de G : Es un árbol que contiene a todos los vértices del grafo
- Árbol minimal cubriente de G : Es el árbol de menor valor que contiene a todos los vértices del grafo G .
- Árbol maximal cubriente de G : Es el árbol de mayor valor que contiene a todos los vértices del grafo G .
- Distintos algoritmos para hallar árboles, árboles minimales cubrientes y árboles maximales cubrientes, por ejemplo de Kruskal, Sollin y Prim.

2.3. METODOLOGÍA.

El propósito de esta propuesta es presentar actividades que pueden ser llevadas al aula por el docente, por supuesto con la dificultad acorde al nivel en que dicta sus clases.

No se darán las definiciones de grafos ni de los conceptos mencionados en el apartado anterior y se les entregará el problema, se dejará que ellos vayan buscando cuáles son los canales que deben ser cementados para lograr el objetivo planteado. En el proceso de buscarlo llegarán a una serie de conclusiones que les permitirá apropiarse de los conceptos que se quieren presentar, se les propondrá que ellos mismos expliciten la forma en que hallaron los árboles y le den formalidad a sus propios algoritmos.

Se les pedirá que presenten situaciones o formulen problemas que puedan ser resueltas utilizando el concepto de árboles.

Por último se les presentarán algunas experiencias realizadas con estudiantes de los últimos años de la escuela primaria y de los primeros de la escuela media referidas a esta temática.

Es importante mencionar que como el tiempo de desarrollo del taller no es demasiado extenso, la idea es generar en los asistentes la inquietud de investigar y estudiar el tema, por lo que se prepararon actividades que los motiven a continuar en esa dirección.



3. REFLEXION FINAL.

Como docentes debemos siempre estar atentos a la posibilidad de realizar innovaciones en las currículas, por supuesto con el sustento y justificación adecuados, es decir enseñar a nuestros alumnos otros temas, mostrarles una matemática distinta, concluyo citando a Paenza (2007, pág. 21), quién dice:

"La mayoría de la gente piensa (con razón, porque éstos son los elementos con los que cuenta) que la matemática "está toda inventada" o que es algo "cuadrado" que uno va, estudia, y no aplica, salvo en contadísimas ocasiones (suma, resta, división y multiplicación incluidas)". Sin embargo, no sólo no es así, sino que la matemática anda por la vida como la mayoría de las ciencias: sabiendo algunas cosas (pocas) e ignorando otras (muchas).... Se trata de una historia que quiero empezar así: "Los chicos que se gradúan hoy del colegio secundario, aún aquellos que tienen una sólida formación en álgebra, geometría y trigonometría, están casi 400 (cuatrocientos) años atrasados con respecto a los que es la matemática de punta hoy. Es decir: aprenden lo que se sabía hace ya cuatrocientos años. Por eso, la mayoría de las cosas resultan aburridas e inexplicables. Peor aún: de difícil aplicación"... Todo un detalle de lo que se trabaja en la actualidad.... y en los últimos 2 ó 3 siglos.... ¿Quién dijo que se sabía "todo"? el solo hecho de que "aceptemos" esto como posible demuestra qué lejos estamos del contacto con la "matemática real", la que investiga porque no sabe, la que es curiosa y atractiva, la que es seductora y útil. La que hay que mostrar, la que hay que sugerir. Y creo que ya es hora de empezar."

REFERENCIAS.

- AUSUBEL, D. (1978). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas, México.
- BRAICOVICH, T. (2005). *Introducción de algunos conceptos de grafos en Tercer Ciclo de Educación General Básica*. Universidad Nacional del Comahue. Neuquén.
- BRAICOVICH, T.; CARO, P; CERDA, V.; OSIO, E.; OROPEZA, M.; REYES, C. (2009). *Introducción a la Teoría de Grafos*. Editorial Educo. Neuquén.
- CORIAT, M. (2004) Algunos usos escolares de los grafos. UNO. *Revista de Didáctica de la Matemática* 36, 8-21. Universidad Complutense de Madrid.
- CHARTRAND, G. (1985). *Introductory Graph Theory*. Dover, Nueva York.
- CHIAPPA, R. (1989). Algunas motivaciones históricas de la Teoría de Grafos. *Revista de Educación Matemática de la Unión Matemática Argentina* 4(1), 37-44. Universidad Nacional de Córdoba.
- GUZMAN, M. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas.



MENÉNDEZ VELÁZQUEZ, A. (1998). Una breve introducción a la Teoría de Grafos. *SUMA: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* 28, 11-26.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática..* Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Sevilla. España.

PAENZA, A. (2007). "Matemática...¿estás ahí? episodio 3". Siglo XXI. Editores Argentina. Buenos Aires.

PAENZA, A. (2008). "Matemática...¿estás ahí? episodio 100". Siglo XXI. Editores Argentina Buenos Aires.

ROSENTEIN, J., FRANZBLAU, D., ROBERTS, F. (1997). *Discrete Mathematics in the Schools*. Dimacs. Volumen 36 American Mathematical Society National Council of Teachers of Mathematics.

WILSON, R. (1979). *Introduction of Graph Theory*. Longman, New York.