



MODELOS Y PROBLEMAS CON LA CLASSPAD 330

Mauricio Contreras del Rincón,
I.E.S. Benicalap, Valencia (Valencia)

RESUMEN.

En este taller se utiliza la tecnología CAS de la ClassPad 330, para construir modelos de situaciones reales, plantear y resolver problemas, mostrando que hay maneras de ver los conceptos e ideas matemáticas y conexiones entre campos conceptuales diferentes que no se aprecian si no se dispone de tecnología gráfica o CAS. El taller se divide en dos partes: a) resolución de problemas y b) diseño de modelos, centrándose en el cambio de metodología que supone el uso de la ClassPad 330 en la clase de matemáticas.

Nivel educativo: ESO y Bachillerato.

1. INTRODUCCIÓN.

En todos los países europeos se tiende actualmente a utilizar cada vez más tecnología para la resolución de problemas, y, en particular, calculadoras gráficas y CAS sin ningún tipo de restricción.

En este taller se apuesta por la tecnología CAS de la ClassPad 330, porque ésta facilita mucho el diseño de modelos. La construcción de modelos es compleja, ya que requiere trabajar en tres niveles diferentes: por una parte, la comprensión de la situación real y del problema asociado, por otra parte, la selección de un modelo matemático adecuado para afrontar el problema y, finalmente, cómo usar la tecnología CAS para el proceso de resolución. Posteriormente hay que retornar al problema original, es decir, comprobar si las soluciones obtenidas con la calculadora tienen o no sentido en el modelo matemático y en el contexto real, y analizar cómo afectarían a la situación los cambios en el modelo. Todo este proceso requiere de continuas reflexiones y conexiones entre distintas partes de las matemáticas y entre las matemáticas y otras áreas.

En los ejemplos que se muestran en el taller se observa que la calculadora ClassPad 330 facilita el proceso anterior, favoreciendo el desarrollo de las competencias matemáticas (plantear y resolver problemas, modelar, razonar, argumentar, comunicar, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones).

2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

En el ejemplo que sigue se muestran algunas de las ventajas que ofrece el uso de la ClassPad para plantear y resolver problemas. En el taller se desarrollan también otros problemas (El satélite, El balón de fútbol, Residuos, Especie protegida, Pescando en un estanque).

2.1. HORAS DE SOL.

El tiempo que transcurre entre la salida y ocultación del Sol, en el día que ocupa el lugar n del año, está dado, en horas, aproximadamente, por:

$$f(n) = 12,2 + 2,64 \cdot \sin \frac{\pi \cdot (n - 81)}{183}, \quad n \in \{1, 2, 3, \dots, 366\}$$

(el argumento de la función seno está expresado en radianes)

Por ejemplo, en el día 3 de febrero, trigésimo cuarto día del año, el tiempo que transcurre entre la salida y ocultación del Sol fue de $f(34) \approx 10,3$ horas.

- 1) En el día 24 de Marzo, el Sol salió a las seis y media de la mañana. ¿En qué instante se ocultó el Sol ese día? Presenta el resultado en horas y minutos (los minutos redondeados a las unidades).
- 2) En algunos días del año, el tiempo que transcurre entre el nacimiento y la ocultación del Sol es superior a 14,7 horas. Utilizando la calculadora, determina en cuántos días del año ocurre esto. Indica cómo lo haces.

2.1.1. Resolución

- 1) El día 24 de Marzo es el día $31+29+24=84$ del año. Para ver cuántas horas de sol hubieron ese día, representamos la gráfica de la función y calculamos el valor $f(84)$, con la opción Análisis / Resolución gráfica / Cal

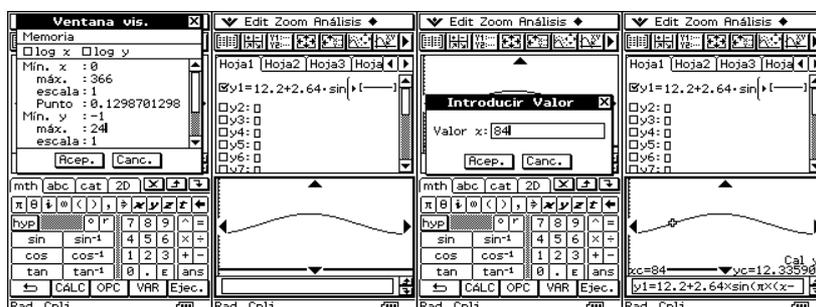


Figura 1. La resolución del primer apartado con la ClassPad.

Ese día, el número de horas de sol fueron 12.335903. Concluimos que la puesta de Sol del día 24 de Marzo tuvo lugar a las 6 h 30 m + 12 h 20 m = 18 h 50 m.

- 2) Pretendemos hallar n de forma que $f(n) > 14.7$. Con la calculadora gráfica tenemos dos formas de obtener la respuesta.

➤ Primera forma: usando tablas de valores

Construimos la tabla de valores de la función, tal como se indica a continuación:

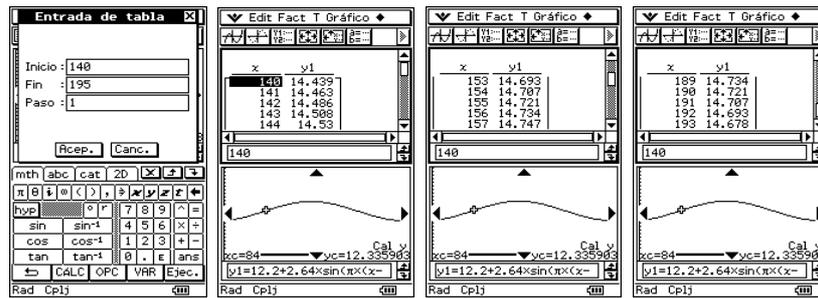


Figura 2. La resolución del segundo apartado con una tabla de valores.

Vemos que $f(x) > 14.7$ si $154 \leq x \leq 191$, lo que supone un total de $191 - 153 = 38$ días. Por tanto, durante 38 días, el número de horas de sol es superior a 14,7 horas. (Nota: Debemos configurar la calculadora para que los ángulos se expresen en radianes).

➤ Segunda forma: usando gráficos

Introducimos la función $Y2=14.7$ en el editor de gráficos y representamos gráficamente las dos funciones, ampliamos la zona central del gráfico con un zoom de cuadro y, a continuación, hallamos los puntos de intersección con el cursor de recorrido.

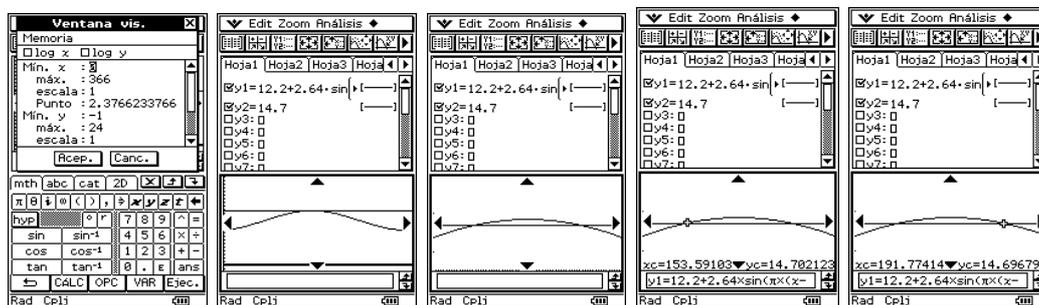


Figura 3. La resolución del segundo apartado usando gráficos.

lo que confirma el resultado obtenido con las tablas de valores. También podemos obtener el mismo resultado, usando el comando Análisis / Resolución gráfica / Intersección, tal como indican las siguientes pantallas:

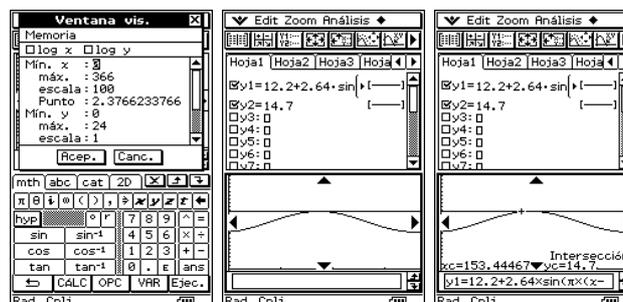


Figura 4. La resolución del segundo apartado usando análisis gráfico.



Comprobamos que las 14,7 horas de sol ocurrirán en dos instantes, aproximadamente, correspondientes a 153,445 días y 191,555 habiendo por tanto $191 - 154 + 1 = 38$ días con más de 14,7 horas de sol.

3. CONSTRUCCIÓN DE MODELOS.

A continuación se muestra un ejemplo que ilustra el uso de la ClassPad para construir modelos de situaciones reales. En este caso se utiliza un análisis de regresión, pero también se pueden usar otras técnicas. En el taller se construirán también otros modelos de situaciones (El salto de esquí, El puente, Órbita terrestre, Un reloj, Ensayos de un motor).

3.1. EVOLUCIÓN DE LA POBLACIÓN.

La población mundial, desde 1900, evoluciona de acuerdo con la tabla:

Año	Número de personas (miles de millones)
1900	1,65
1910	1,75
1920	1,86
1930	2,07
1940	2,30
1950	2,56
1960	3,04
1970	3,71
1980	4,45
1990	5,28
2000	6,08

Suponemos que la evolución de la población mundial desde 1900 está modelizada por una función exponencial del número de personas, en la que la variable independiente designa el número de años desde 1900.

- 1) Estima la población mundial para el año 2010.
- 2) Utiliza la calculadora y la regresión exponencial para determinar la expresión de una función que se ajuste a los datos de la tabla, siguiendo estos pasos:
 - Considera el año 1900 como año cero
 - Escribe la expresión, además de los valores numéricos usados en la calculadora con cuatro cifras decimales.
 - Usando esa expresión, estima la población mundial para 2010, expresando el resultado en miles de millones de habitantes, redondeando a las centésimas.

3.1.1. Resolución

Introducimos los valores de la tabla en las listas del menú Estadística. Para diseñar el gráfico, configuramos los parámetros que se señalan en la siguiente figura, usando el comando ConfGraf / Opciones:

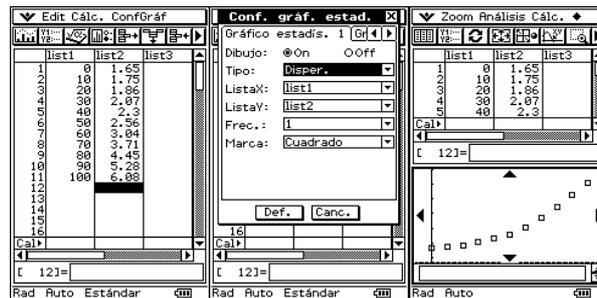


Figura 5. Construcción de la nube de puntos.

La forma del gráfico sugiere un modelo de ajuste exponencial. Seleccionamos el comando Calc / Regr. Exponencial y elegimos los parámetros que se indican en la siguiente ventana.

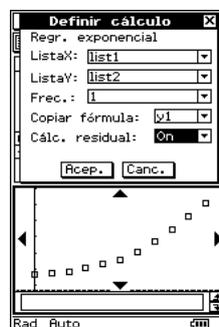


Figura 6. Configuración del modelo.

Obtenemos el modelo $Y = a \cdot e^{b \cdot X}$, siendo $a = 1.4471$, $b = 0.0136$, es decir, $Y = 1.4471 \cdot e^{0.0136 \cdot X}$, con un coeficiente de determinación $r^2 = 0.97$, es decir, este modelo explica un 97% de la variabilidad de los datos.

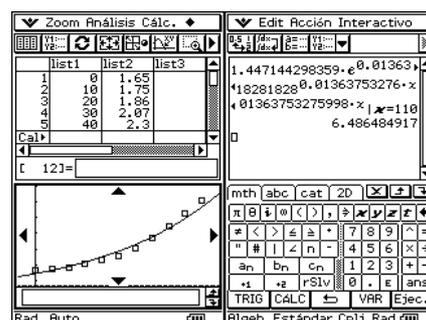


Figura 7. Uso del modelo.

Para obtener el valor estimado de la población para el año 2010, elegimos el menú Gráficos y tablas y vemos que la función de regresión se ha copiado en Y1. Copiamos dicha expresión y la pegamos en la pantalla principal. A continuación calculamos su valor para $x = 110$ (para lo que basta añadir / $x = 110$ al final de la línea donde está la fórmula de la función). El valor estimado de la población para el año 2010 es de 6.487 millones.



REFERENCIAS.

GREEFRATH, G.; MUHLENFELD, U. (2011). *Ejercicios de la vida real para resolver con la ClassPad 330*, adaptación de Daniel Vila. División didáctica Casio, Barcelona.

TODD, PH., SIEBOLD, M., MAGUIRE, B. (2002). *Obtención del máximo rendimiento de la ClassPad*, Saltire Software Inc., Beaverton OR. www.saltire.com.

GJON, G., ANDERSEN, T. (2003). *Shapes and Numbers. Mathematical Activities on ClassPad 300*. Casio Europe GmbH. www.casio-europe.com. Germany.