

Córdoba, una ciudad muy proporcionada

Fernando Arribas Ruiz
María del Carmen Galán Mata
Jaime González Cimas
Álvaro Luque Borrego
I.E.S. Averroes (Córdoba)

RESUMEN: *En este trabajo queremos presentar la experiencia tratando con nuestro alumnado tanto la proporción cordobesa, tan presente en nuestra preciosa ciudad, como otras proporciones notables que aparecen acompañándola en diversos rincones.*

La proporción cordobesa tuvo gran presencia en la arquitectura cordobesa cuando era capital del califato, y recuperó valor gracias a la labor del arquitecto Rafael de la Hoz. Hemos planteado una serie de actividades tanto con Geogebra como actividades in situ, donde el alumnado debe tomar medidas y comprobar proporciones y razones, con las que se analizan la presencia de dicha proporción en varios monumentos y elementos artísticos de la ciudad, abarcando etapas históricas desde la romana hasta la contemporánea, pasando por la tan importante etapa musulmana de la ciudad, y fomentando un aprendizaje atractivo de la geometría y de la historia de su entorno.

También se hará un estudio de todas las proporciones presentes en la Mezquita, a fin de comparar la cordobesa con otras más conocidas en todo el mundo, y de otros elementos de dicho monumento que tienen un especial interés geométrico, como sus arcos.

Córdoba, a very provided city

Abstract: *In this work we want to present the experience dealing with our pupils both the proportion Cordoba, so present in our beautiful city, and other notable proportions that appear accompanying it in various corners.*

The Cordovan proportion had a great presence in the Cordovan architecture when it was capital of the caliphate, and recovered value thanks to the work of the architect Rafael de la Hoz.

We have set up a series of activities with Geogebra as well as on-site activities, where students must take measures and check proportions and reasons, which will analyze the presence of this proportion in various monuments and artistic elements of the city, spanning historical stages since the Roman to the contemporary, passing through the

important Muslim stage of the city, and encouraging an attractive learning of the geometry and history of its surroundings.

A study of all the proportions present in the Mosque will also be made, in order to compare the Cordoba with other more known around the world, and other elements of this monument that have a special geometric interest, such as its arches.

Nivel educativo: Hemos desarrollado el proyecto para grupos de 4º E.S.O. Y 1º de Bachillerato

INTRODUCCIÓN

En el arte hay varias proporciones notables con gran valor estético e histórico. Entre las menos conocidas queremos citar la proporción cordobesa, que se define como la relación entre el radio de la circunferencia circunscrita al octógono regular y el lado de éste.

Esta proporción, que debió tener gran importancia en el arte musulmán, del que gran parte se destruyó en la Reconquista, toma su nombre de haber dejado sus mayores vestigios en la ciudad de Córdoba. Su descubrimiento y estudio matemático fue iniciado por el arquitecto Rafael de la Hoz Arderius (1924-2000), madrileño de nacimiento pero que se afincó y desarrolló gran parte de su carrera en esta ciudad.

Uno de nuestros objetivos este curso ha sido que nuestro alumnado conozca y valore esta proporción, mediante actividades de todo tipo, varias de ellas desarrolladas con Geogebra, cuyo resultado queremos analizar y compartir.

1. CONSTRUCCIONES BÁSICAS CON GEOGEBRA

Partimos de la razón entre el radio de la circunferencia circunscrita a un octógono regular y el lado del mismo, dicha razón es el conocido como **número cordobés** $\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

Hemos diseñado una construcción en Geogebra que hemos utilizado para explicar el concepto a nuestro alumnado. Consta de un octógono regular de lado variable, a través de un deslizador, la circunferencia circunscrita al mismo y el cociente entre el radio y el lado. Los alumnos pueden comprobar que al aumentar o disminuir el lado del octógono aumenta o disminuye también el del radio de la circunferencia circunscrita, pero el cociente entre ambas se mantiene invariable, dando lugar al número cordobés. Acompañando este polígono hemos hecho un decágono regular, con la circunferencia circunscrita también, asociando su lado al mismo deslizador que al lado del octógono, y presentando el cociente entre el lado y el radio, dando lugar al número áureo. El alumnado puede comprobar que también este cociente permanece invariante.

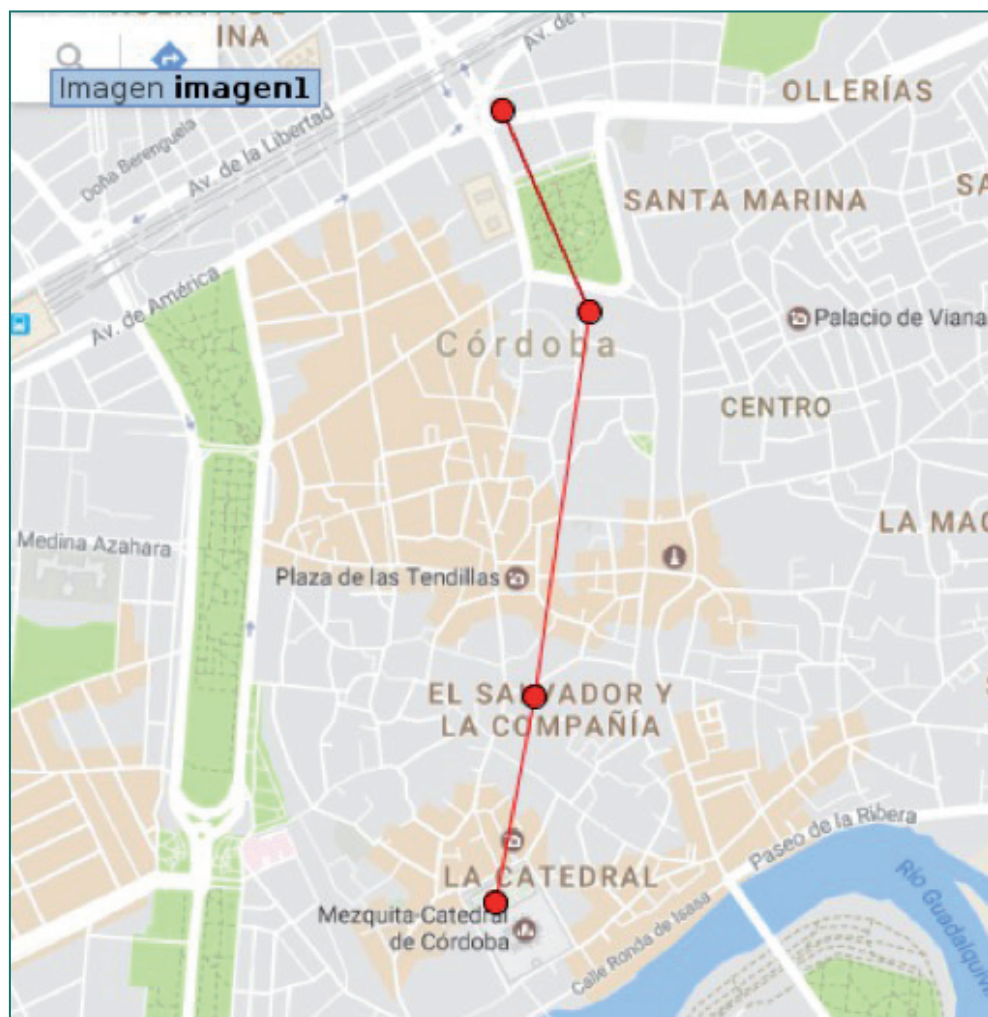


Figura 1. Plano ruta Córdoba.

2. RUTA DE LAS PROPORCIONES EN CÓRDOBA

Mostraremos la ruta que hemos diseñado para la visita con el alumnado. La proporción cordobesa aparece en más lugares de los que señalaremos aquí (Sinagoga, edificios de la calle Gran Capitán, convento de las Salesas, etc.); nuestra selección se ha basado en un recorrido para hacer un estudio posterior con el alumnado, visitando los lugares más emblemáticos de la ciudad de Córdoba donde aparecen ésta y otras proporciones notables (figura 1):

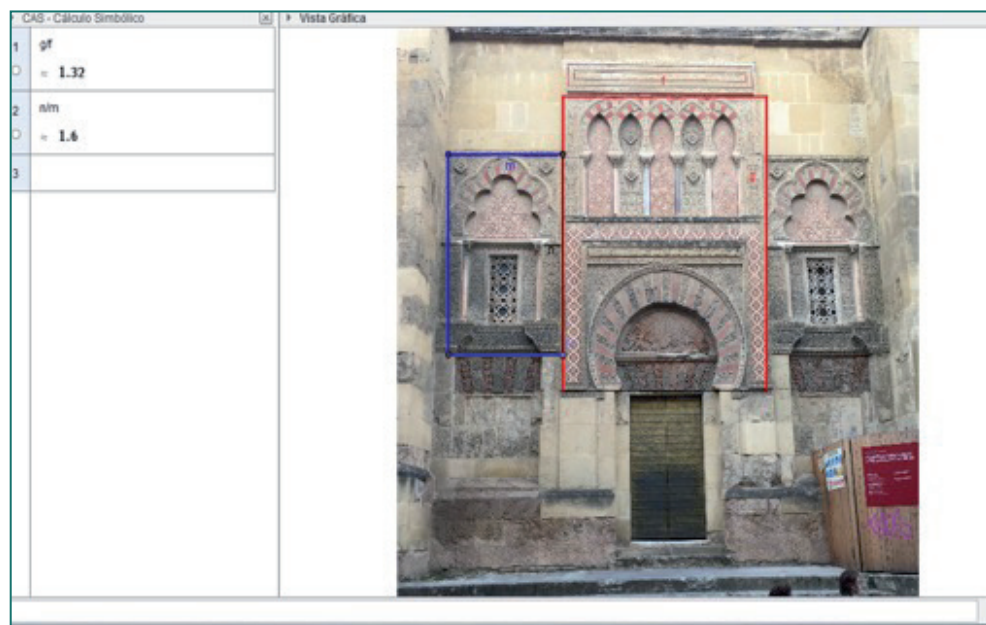


Figura 2. Puerta de al-hakam ii

3. LA MEZQUITA DE CÓRDOBA

3.1. Entorno

La proporción cordobesa aparece constantemente en la Mezquita (año 785), junto con otras proporciones notables. Ejemplo de ello es el Mirhab, del que hablaremos en profundidad más adelante, o los arcos de su interior que serán también objeto de estudio. Nos detenemos ahora en la fachada exterior, concretamente en la Puerta de Al-Hakam II, que contiene no solo la proporción cordobesa, sino también la proporción áurea (figura 2):

En los alrededores de la Mezquita nos encontramos también la puerta del Puente Romano (año 1572), una de las tres únicas puertas que se conservan de la ciudad de Córdoba, junto con la puerta de Almodovar y la Puerta de Sevilla. La puerta en sí se compone de un rectángulo cordobés, en cuyo interior se sitúa un rectángulo áureo (figura 3):

También en este privilegiado entorno nos encontramos el Triunfo de San Rafael (año 1781). El Arcángel San Rafael ostenta el honor de ser el Custodio de Córdoba, desde que en la Edad Media la peste asoló Europa diezmando a la población. Córdoba entera se encomendó a San Rafael y milagrosamente la peste pasó por la ciudad sin causar demasiados daños. En este Triunfo podemos apreciar la razón áurea (considerando el monumento en su totalidad) y la cordobesa, sin tener en cuenta la base de la figura (figura 4):

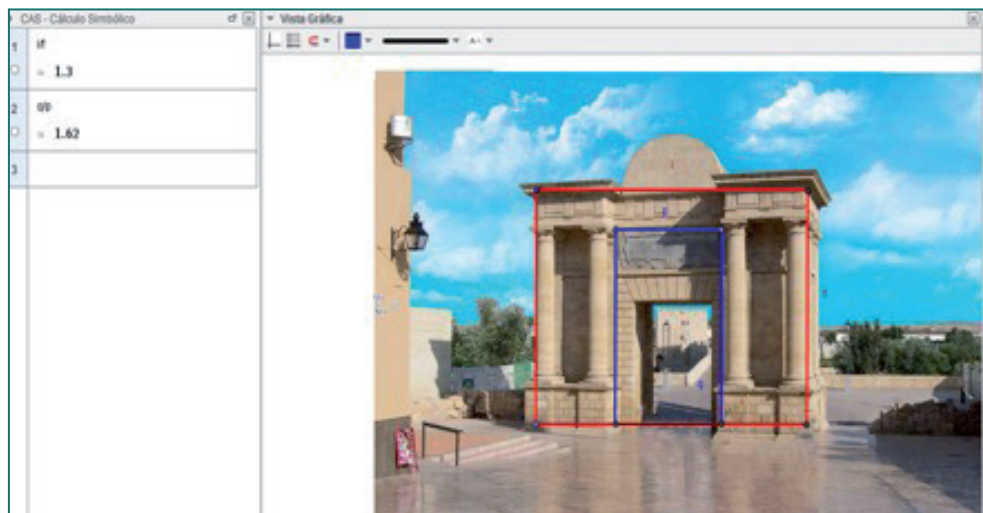


Figura 3. Puerta del puente romano

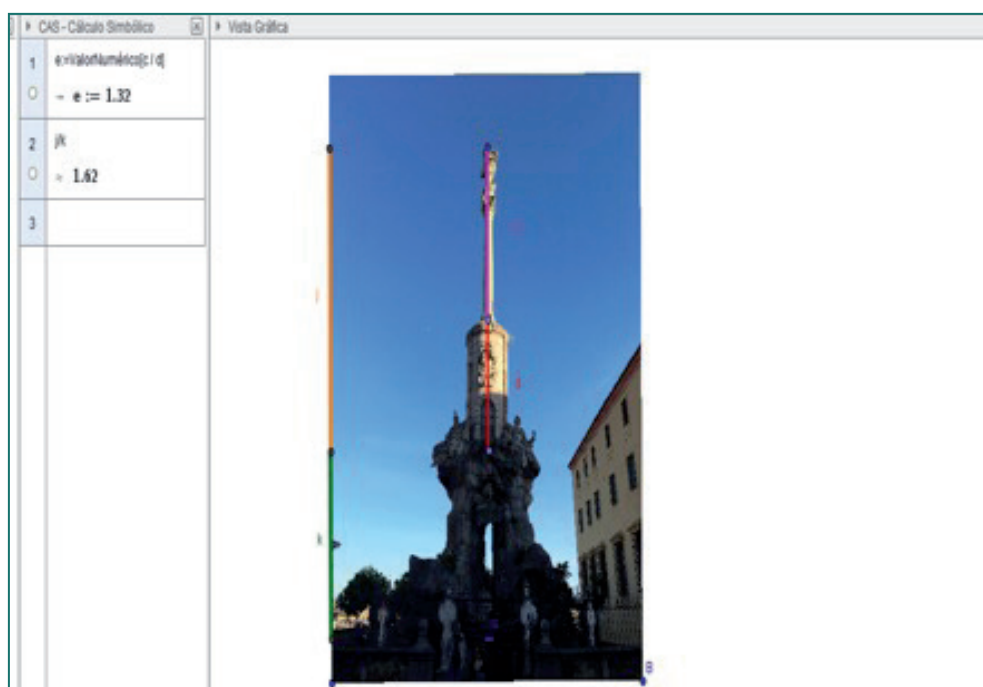


Figura 4. Triunfo de san Rafael

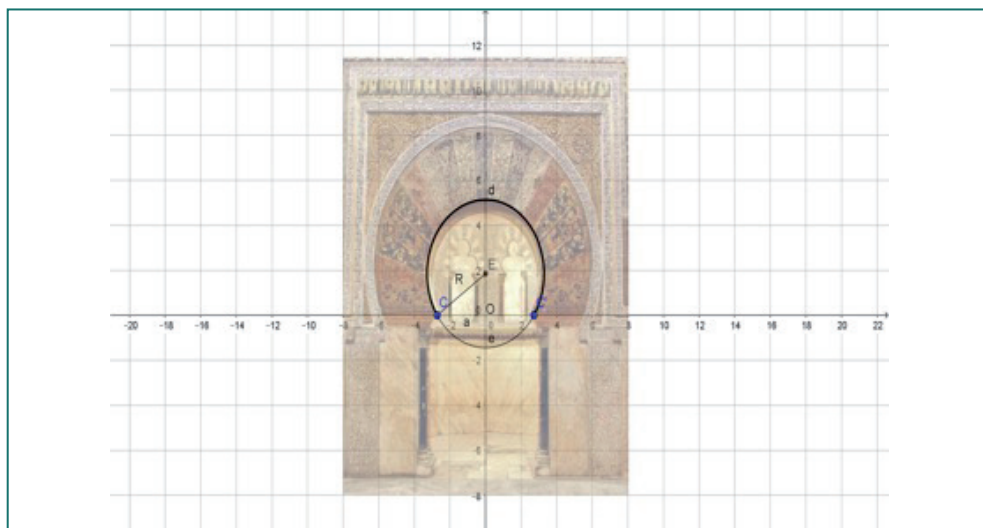


Figura 5. Arco del Mirhab

3.2 Arcos en la mezquita

El arco del Mihrab de la Mezquita de Córdoba es un arco de herradura califal que cierra a $\frac{1}{2}$ del radio. Pertenece a la Ampliación de Al-Hakam II (962-966).

El objetivo planteado es construir este arco utilizando el programa *Geogebra*, como se puede ver en la siguiente figura 5, a continuación, calcular el área del mismo para saber la cantidad de luz que deja pasar.

El área, en función del radio R , se puede calcular de la siguiente forma:

En el triángulo EOC se cumple que:

$$R^2 = a^2 + \frac{1}{4} R^2 \quad ; \quad a = \frac{R \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(\widehat{CEO}) = \frac{\frac{1}{2} R}{R} \quad (\widehat{CEO}) = 60^\circ$$

Área del arco del Mihrab = Área círculo completo – Área segmento circular

Área segmento circular = Área sector circular – Área triángulo

$$\text{Área segmento circular} = \frac{1}{3} \pi R^2 - \frac{R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot R}{2} = \frac{1}{3} \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2$$

$$\text{Área del arco del Mihrab} = \pi R^2 - \left(\frac{1}{3} \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \right)$$

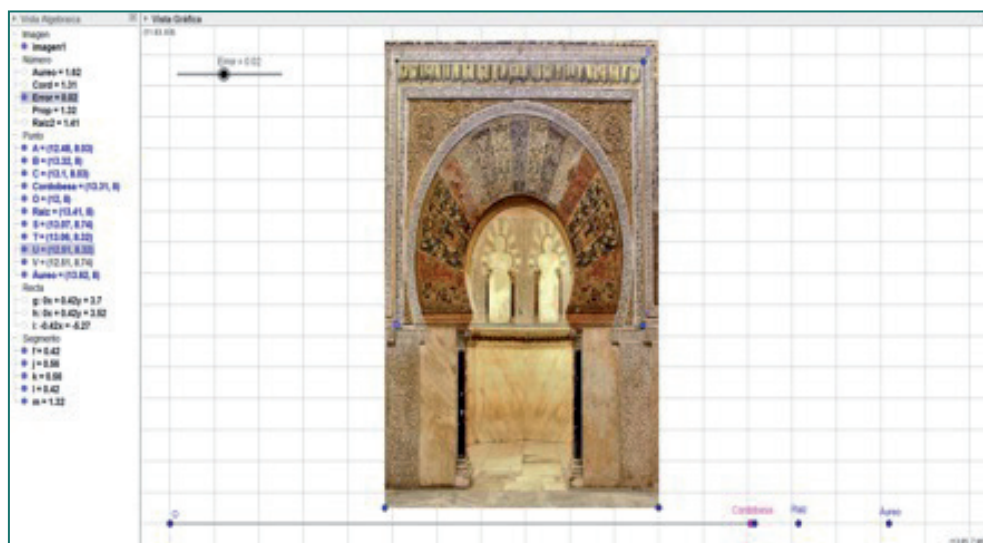


Figura 6. Mirhab

3.3 Mirhab

Es habitual que un mismo monumento de Córdoba contenga distintas proporciones notables en varios de sus elementos, como el Mihrab de la Mezquita, que contiene las proporciones cordobesa, áurea y raíz de 2. Esto enriquece su estudio pero también lo complica de cara al alumnado, por lo que hemos desarrollado una actividad en Geogebra que permite buscar distintas proporciones (con margen de error regulable) sobre la foto de cualquier monumento (figura 6).

4. MUSEO ARQUEOLÓGICO

En su interior se encuentran:

– **Sarcófago de Adán y Eva** (primer tercio del siglo IV) (figura 7): sarcófago paleocristiano columnado en mármol. Sarcófago ampliamente decorado, incluso las enjutas de los arcos han sido utilizadas para representar escenas secundarias, como los pasajes de la vida de Jonás. Las escenas principales están situadas en los cinco espacios en que se divide el frontal y son las siguientes, de izquierda a derecha:

1. Sacrificio de Isaac. Se representa el momento en que el ángel sujeta la mano de Abraham.
2. Negación de Pedro. Muestra a Cristo y a Pedro en el momento del anuncio de la negación de éste; sobre el árbol que hay entre ambos puede verse el gallo.
3. Multiplicación de los panes y los peces. Éste es el tema central de la composición. Cristo, que naturalmente ocupa el centro de la escena central, impone sus manos sobre un plato con un pez y un cesto de panes, que es sostenido por varios apóstoles.



Figura7. Sarcófago de Adán y Eva

4. Adán y Eva en el Paraíso. Representados cubiertos únicamente por hojas, con el árbol de la ciencia, en cuyo tronco se enrosca el cuerpo de la serpiente.
5. Milagro de la piedra de Horeb. Tema extraído de un evangelio apócrifo, según el cual Pedro, al igual que Moisés, hizo brotar el agua de una roca con su vara.

La proporción cordobesa también se encuentra en las esculturas romanas y griegas que posee el museo.

5. PLAZA DE CAPUCHINOS

Esta plaza constituye uno de los lugares más afamados de la ciudad de Córdoba, y de ella, el arquitecto Rafael de la Hoz dijo que "*Jamás en arquitectura se ha dicho más con menos*", o el poeta Ricardo Molina "*No es más que un rectángulo de cal y de cielo*".

La plaza de Capuchinos se abre en el siglo XVII sobre unas casas que el marqués de la Almunia mantenía en la parte noreste de la villa. Su conformación se produce mediante la construcción del convento de Capuchinos en 1633, así como la de la Iglesia de los Dolores, cuya terminación se produce en 1728.

6. TORRE DE LA MALMUERTA

Torre que formaba parte de un recinto fortificado, en el barrio de Santa Marina de Córdoba, construida a principios del siglo XV

Su planta octogonal es un claro ejemplo de la razón cordobesa:

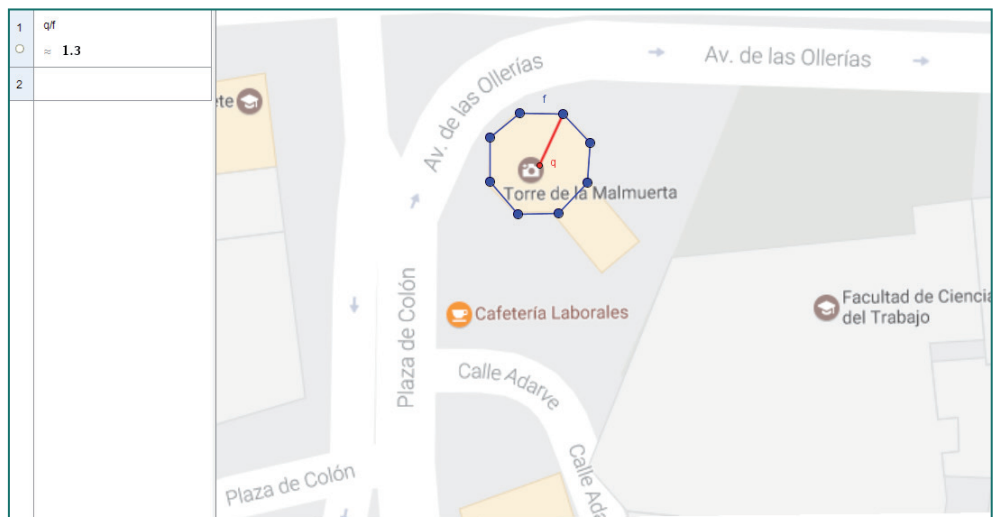


Figura 8. Planta Torre Malmuerta

7. CONCLUSIONES

Como hemos podido apreciar Córdoba es una ciudad de ilustres proporciones, que hemos visitado, comprobado y medido con nuestro alumnado, en ocasiones con ayuda de programas informáticos como Geogebra, y en otras ocasiones a la vieja usanza, con metro y calculadora. Para conocer más y poder compartir la experiencia que hemos tenido os invitamos a visitar la Bitácora del IES Averroes, donde podéis encontrar el cuadernillo de actividades que desarrolló el alumnado, fotografías de las visitas, opiniones, etc.

8. REFERENCIAS

- De la Hoz, R. (1996) *Presentación especial en las “VII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática “THALES”*, Córdoba: Universidad de Córdoba.
http://www.webislam.com/media/2013/10/58409_proporcioncordobesa.pdf
- Doblado, M. (2007): *Rafael de la Hoz Arderius y la Proporción cordobesa*. Comunicación para el Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en Ingeniería y Arquitectura. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid
<http://www2.camino.upm.es/Departamentos/matematicas/Fdistancia/PIE/Chip%20geom%C3%A9trico/LaHoz.pdf>
- Doblado, M. (2009): *La proporción cordobesa en la arquitectura*.
<http://docplayer.es/424344-La-proporcion-cordobesa-en-la-arquitectura.html>
- Departamento de Matemáticas del IES Gran Capitán (2014): *Visita matemática a la Mezquita de Córdoba*.

<http://www.iesgrancapitan.org/profesores/bvaquero/blogdepartamento/visitamaticasmezquitacordoba.pdf>

Bitácora IES Averroes

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/14002984/helvia/bitacora/>