Veteranos Sesión Conjunta.

Sesión: on line Fecha: Curso 2009-2010

Título: Ejercicios sobre fracciones egipcias.

En este documento mostramos algunas soluciones de los alumnos y alumnas Veteranos de 1º y 2º a los ejercicios propuestos.

Descompón las siguientes fracciones en fracciones egipcias.

a) 2/9; b) 2/15; c) 2/61; d) 5/7; e) 6/7; f) 7/29; g) 26/27

- **Solución de Silvia Navarro Romero:**

El procedimiento es fácil:

Ejemplo: convertir 19/20 en fracción egipcia.

- 20/19 = 1 con algún resto, así que la primera fracción unitaria es 1/2.
- 19/20 - 1/2 = 9/20.
- 20/9 = 2 con algún resto, así que la segunda fracción unitaria es 1/3.
- 9/20 - 1/3 = 7/60
- 60/7 = 8 con algún resto, así que la tercera fracción unitaria es 1/9.
- 7/60 - 1/9 = 1/180 que es otra fracción unitaria.

Así que el resultado es

$$\frac{19}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{180}$$

Por lo tanto:

- 2/9 = 1/5 + 1/45
- 2/15 = 1/8 + 1/120

- 2/61 = 1/31 + 1/1891
- 5/7 = 1/2 + 1/5 + 1/70
- 6/7 = 1/2 + 1/3 + 1/42
- 7/29 = 1/5 + 1/25 + 1/725
- 26/27 = 1/2 + 1/3 + 1/8 + 1/216

- **Solución de Pedro Palomo Cantador:**

a) 2/9:

Se busca la fracción con numerador 1, que más se aproxime a la dada, pero sin pasarse : 1/5.

*(La fracción unitaria más próxima, inferior a A/B es 1/([B/A]+1); donde [M] es la parte entera de M).

Se restan las fracciones 2/9 – 1/5 = 1/45

Solución: 1/5 +1/45

b) 2/15:

Se procede igual que antes: 2/15 – 1/8 = 1/120

Solución 1/8 + 1/120

c) 2/61:

La fracción unitaria más próxima es 1/31. 2/61 – 1/31 = 1/1891

d) 5/7:

La fracción unitaria más próxima es 1/2. 5/7 – ½ = 3/14

Se repite el algoritmo con la nueva fracción. La fracción unitaria más próxima (sin pasarse) a 3/14 es 1/5. Se restan: 3/14 – 1/5 = 1/70.

La solución es:1/2 + 1/5 + 1/70

e) 6/7:

La fracción unitaria más próxima es 1/2 . 6/7 – 1/2 = 5/14

La más próxima a 5/14 es 1/3. 5/14 – 1/3 = 1/ 42.

La solución es 1/2 + 1/3 + 1/42

f) 7/29:

La fracción unitaria más próxima es 1/5. 7/29 – 1/5 = 6/145

La más próxima a 6/145 es 1/25. 6/145 -1/25 =1/725

La solución es 1/5 + 1/25 + 1/725

g) 26/27:

Atendiendo al algoritmo anterior:

Se toma la fracción 1/2. 26/27 – 1/2 = 25/54

La más próxima a 25/54 es: 1/3. 25/54 – 1/3 =7/54

La más próxima a 7/54 es 1/8. 7/54 -1/8 = 1/216

La solución es 1/2 + 1/3 + 1/8 + 1/216

- **Solución de María José Pérez López:**

a) 2/9 Por el algoritmo de Fibonacci - Sylvester

9/2 = 4'5. Así que la primera fracción unitaria es 1/5

2/9 – 1/5 = 1/45. Es una fracción unitaria también.

Luego 2/9 = 1/5 + 1/45

b) 2/15 Por el algoritmo de

Fibonacci - Sylvester

15/2 = 7'5. → 1/8

2/15 – 1/8 = 1/120.

2/9 = 1/8 + 1/120

La descomposición puede ser otros números, como el caso de:

2/9 = 1/6 + 1/18

2/15 = 1/10 + 1/30

He encontrado la siguiente relación: $\frac{2}{3K} = \frac{1}{2K} + \frac{1}{6K}$

Las fracciones de la forma 2/3K se expresan como suma de dos fracciones de numerador 1, siendo un denominador 2K, y el otro 6K.

c) 2/61 Por el algoritmo de Fibonacci - Sylvester

61/2= 30'5 → 1/31

2/61 – 1/31 = 1/1891

2/61 = 1/31 + 1/1891

d) 5/7 Por reglas 1/n

5/7 = 0'7143

1/2 = 0'5. Luego 1/2 es un sumando

5/7 – 1/2 = 3/14 = 0'2143

1/5 = 0'2 Luego 1/5 es otro sumando.

3/14 – 1/5 = 1/70. Otro sumando.

5/7 = 1/2 + 1/5 + 1/70

e) 6/7 Por reglas 1/n

6/7 = 0'8571

1/2 = 0'5. → 1/2

6/7 – 1/2 = 5/14 = 0'3571

1/3 = 0’333 → 1/3

5/14 – 1/3 = 1/42 →1/42

6/7 = 1/2 + 1/3 + 1/42

f) 7/29 Por reglas 1/n

7/29 = 0’2414

1/5 = 0’2 → 1/5

7/29 – 1/5 = 6/145 = 0’04137931

1/25 = 0’04 →1/25

6/145 – 1/25 = 1/725 → 1/725

7/29 = 1/5 + 1/25 + 1/725

g) 26/27 Por reglas 1/n

26/27 = 0’96296

1/2 = 0’5 → 1/2

26/27 – 1/2 = 25/54 = 0’46296

1/3 = 0’333 → 1/3

25/54 – 1/3 = 7/54 = 0’12963

1/8 = 0,125 → 1/8

7/54 – 1/8 = 1/216 → 1/216

26/27 = 1/2 + 1/3 + 1/8 + 1/216

- **Solución de Jorge Mateos Arriola:**

a) 2/9 = 1/5 + 1/45 = [1/5, 1/45]= [1/6, 1/18]

Opción 1

$$\left.\begin{array}{l}\frac{9}{2}\approx 4 \to \text{La primera es } \frac{1}{5}\\ \frac{2}{9}-\frac{1}{5}=\frac{1}{45}\to \text{La segunda es } \frac{1}{45}\end{array}\right\}\to \boxed{2/9 = 1/5+1/45=\overline{5}+\overline{45}}$$

Opción 2

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}=\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}\right)+\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}\\[2ex] \dfrac{2}{9}=\dfrac{2}{3}\text{ de }\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{6\cdot 3}=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{18}\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{\dfrac{2}{9}=\overline{6}+\overline{18}}$$

b) 2/15 = 1/8 + 1/120= [1/8, 1/120]= [1/10, 1/30]

Opción 1

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{15}{2}\approx 7\rightarrow\text{La primera es }\dfrac{1}{8}\\[2ex] \quad\dfrac{2}{15}-\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{120}\rightarrow\text{La segunda es }\dfrac{1}{120}\end{array}\right\}\rightarrow\boxed{2/15\ =\ 1/8+1/20=\overline{8}+\overline{120}}$$

Opción 2

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}\\[2ex] \dfrac{2}{15}=\dfrac{2}{3}\text{ de }\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{2\cdot 5}+\dfrac{1}{6\cdot 5}=\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{30}\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{\dfrac{2}{15}=\overline{10}+\overline{30}}$$

c) 2/61 = 1/31 + 1/1891 = [1/31, 1/1891]

$$\frac{61}{2}\approx 30\rightarrow\text{La primera es }\frac{1}{31}$$

$$\frac{2}{61}-\frac{1}{31}=\frac{1}{1891}\rightarrow\text{La segunda es }\frac{1}{1891}$$

La fracción 1/1891 es mayor que 1/1000, por tanto se debería buscar una descomposición con un denominador menor.

d) 5/7 = 1/2 + 1/5 + 1/70 = [1/2, 1/5, 1/70]

$$\frac{7}{5}\approx 1\rightarrow\text{La primera es }\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{7}-\frac{1}{2}=\frac{3}{14}$$

$$\frac{14}{3}\approx 4\rightarrow\text{La segunda es }\frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{14}-\frac{1}{5}=\frac{1}{70}\rightarrow\text{La tercera es }\frac{1}{70}$$

e) 6/7 = 1/2 + 1/3 + 1/42 = **[1/2, 1/3, 1/42]**

$$\frac{7}{6} \approx 1 \rightarrow \text{La primera es } \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{7} - \frac{1}{2} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{14}{5} \approx 2 \rightarrow \text{La segunda es } \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{14} - \frac{1}{3} = \frac{1}{42} \rightarrow \text{La tercera es } \frac{1}{42}$$

f) 7/29 = 1/5 + 1/25 + 1/725 = **[1/5, 1/25, 1/725]**

$$\frac{1050}{521} \approx 2 \rightarrow \text{La primera es } \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{521}{1050} = \frac{1}{3} + R$$

$$\frac{521}{1050} - \frac{1}{3} = \frac{57}{350}$$

$$\frac{1050}{521} \approx 2 \rightarrow \text{La segunda es } \frac{1}{25}$$

$$\frac{6}{145} - \frac{1}{25} = \frac{1}{725} \rightarrow \text{La tercera es } \frac{1}{725}$$

g) 26/27 = 1/2 + 1/3 + 1/8 + 1/216 = **[1/2, 1/3, 1/8, 1/216]**

$$\frac{27}{26} \approx 1 \rightarrow \text{La primera es } \frac{1}{2}$$

$$\frac{26}{27} - \frac{1}{2} = \frac{25}{54}$$

$$\frac{54}{25} \approx 2 \rightarrow \text{La segunda es } \frac{1}{3}$$

$$\frac{25}{54} - \frac{1}{3} = \frac{7}{54}$$

$$\frac{54}{7} \approx 7 \rightarrow \text{La tercera es } \frac{1}{8}$$

$$\frac{7}{54} - \frac{1}{8} = \frac{1}{216} \rightarrow \text{La cuarta es } \frac{1}{216}$$

- **Solución de Carlos Pinto Pérez:**

He encontrado un método para descomponer cantidades en fracciones unitarias que es más sencillo que todos los que he visto hasta ahora. No he llegado a demostrar por qué funciona, pero estoy completamente seguro de que funciona siempre.

Después de realizar diversas pruebas con varios casos posibles, la conclusión es ésta:

Toda fracción irreducible debe tener la forma p/q, siendo q un número expresable como n mod p, donde n y p son coprimos. Los casos con p = 2 son n = 0 y n= 1; por tanto ignoraremos n = 0 ya que la fracción sería simplificable.

La situación que queda es 2/impar. Tras tantear un poco, se descubre que todos los resultados son: 2/q = 1/(q/2 redondeado siempre hacia arriba) + 1/(q/2 * q)

Con cualquier número p, todo se reduce a: p/q = 1/(q/p) + (p-n)/(q/p * q). Si la segunda fracción resultante no tiene de numerador 1, repetimos de nuevo el proceso sobre ella, produciendo al menos otra fracción de numerador 1 más. El método es completamente exacto, sin lugar a equivocación.

De este modo resulta sencilla la tarea:

- 2/9 = 1/5 + 1/45
- 2/15 = 1/8 + 1/120
- 2/61 = 1/31 + 1/1891
- 5/7 = ½ + 3/14 = ½ + 1/5 + 1/70
- 6/7 = ½ + 5/14 = ½ + 1/3 + 1/42
- 7/29 = 1/5 + 6/145 = 1/5 + 1/25 + 5/3625 = 1/5 + 1/25 + 1/725
- 26/27 = ½ + 25/54 = ½ + 1/3 + 21/162 = ½ + 1/3 + 7/54 = ½ + 1/3 + 1/8 + 2/432 = ½ + 1/3 + 1/8 + 1/216