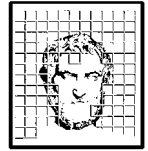


**Geometría dinámica con
Cabri Géomètre**



ESTALMAT-Andalucía



SAEM THALES

Material recopilado y elaborado por:

Encarnación Amaro Parrado

Agustín Carrillo de Albornoz Torres

Granada, 28 de marzo de 2008



Actividades para practicar con el programa Cabri Géomètre

Actividad 0

Cabri Géomètre es un programa que se denomina de geometría dinámica que facilita la realización de construcciones geométricas de manera sencilla.

Estos programas utilizan una serie de objetos básicos: puntos, segmentos, rectas, semirrectas, vectores, triángulos, polígonos, círculos, arcos y cónicas.

A partir de ellos se construyen nuevos objetos, por ejemplo: el punto medio entre dos puntos, la mediatriz de un segmento, la bisectriz de un ángulo, la perpendicular a una recta por un punto, etc. Además, entre los objetos de una construcción se establecen una serie de relaciones y propiedades geométricas que se mantiene incluso al mover los objetos iniciales.

Esta es la característica principal de los programas de geometría dinámica.

Para trabajar con Cabri hay un elemento que es imprescindible, es el ratón, casi todas las acciones se realizarán con él o, mejor dicho, con el botón izquierdo.

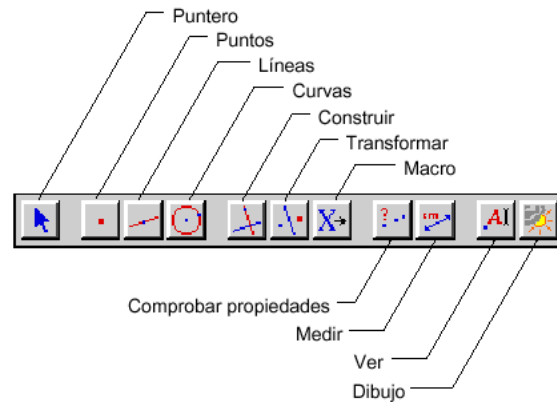
En Cabri cualquier construcción se realiza de manera análoga a como se haría utilizando herramientas tradicionales como son la regla y el compás o con papel y lápiz.

Por ejemplo, para un triángulo se construirá a partir de sus tres vértices, una recta se dibujará a partir de un punto y una dirección o a partir de dos puntos; en general, es recomendable pensar como se realizaría con papel antes de utilizar las herramientas disponibles en Cabri géomètre.

Otra consideración que se debe tener en cuenta es que para utilizar un objeto, previamente se debe crear o señalar.

Es conveniente que cada actividad la realices en un archivo diferente, por tanto antes de comenzar una nueva tarea selecciona **Archivo Nuevo**.

Tenemos una serie de herramientas disponibles agrupadas en bloques para crear los objetos básicos, para construir, para establecer relaciones o para mostrar o cambiar sus características.



Por ejemplo, para crear puntos bastará con seleccionar la herramienta **Punto** en el bloque de herramientas **Puntos** y pulsar el botón izquierdo del ratón sobre una parte libre de la hoja de trabajo o sobre un objeto ya existente o también, como punto de intersección de dos objetos.

Ejemplo

Dibujar la circunferencia que tiene como diámetro el segmento que une dos puntos, previamente dibujados.

Realizaremos el proceso siguiente:

Dibujar los dos puntos utilizando la herramienta **Punto**.

Seleccionar **Segmento** para construir el segmento que tiene estos puntos como extremos. Para señalar cada uno de los puntos bastará con acercarse a un punto para pulsar (hacer un clic y soltar) el botón izquierdo del ratón cuando aparezca el mensaje **Este punto**; acercarse al otro extremo, al mover el ratón se observa que aparece el segmento cuyo extremo queda fijado al pulsar de nuevo el ratón cuando vuelva a aparecer el mensaje Este punto.

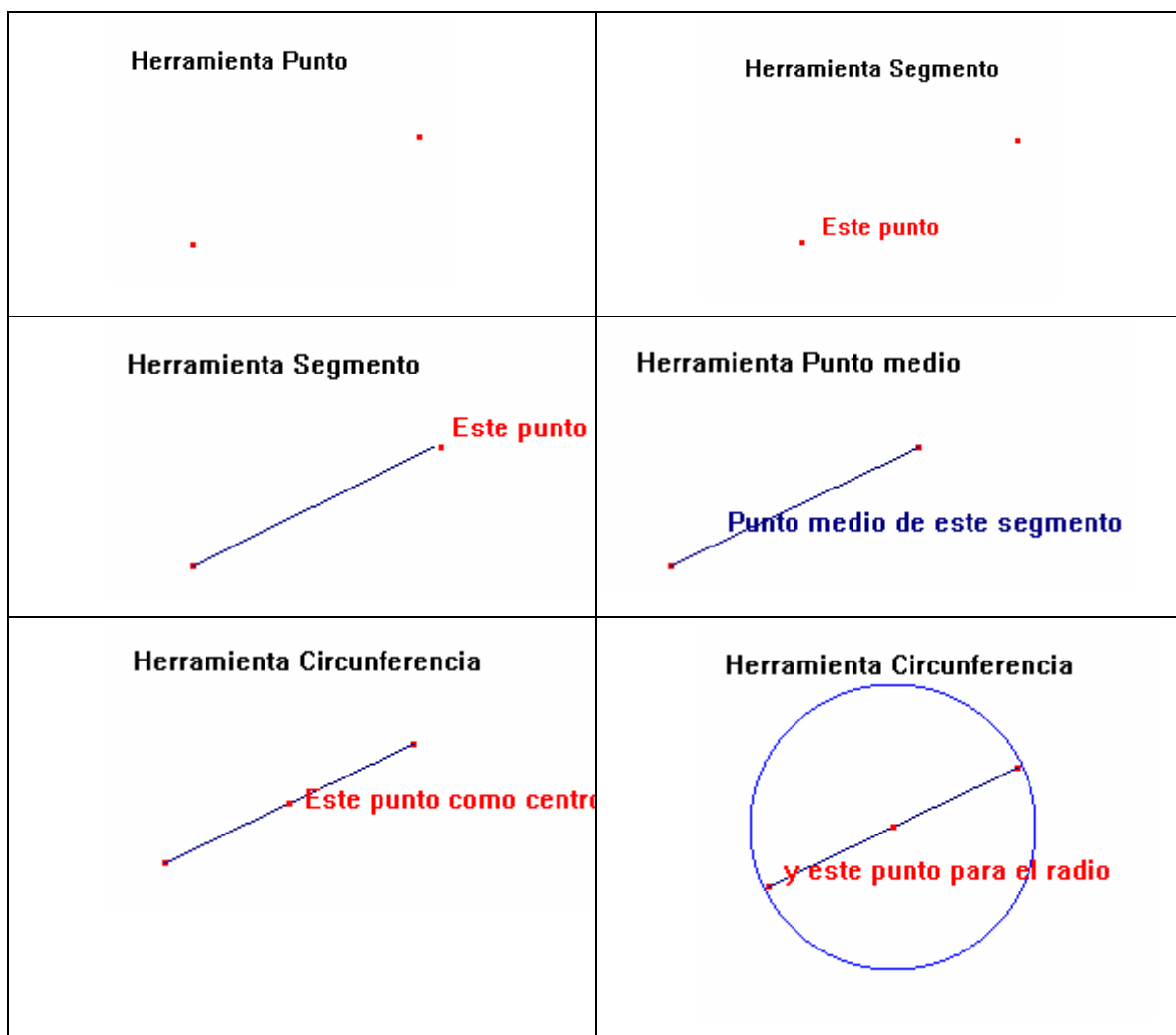
Una vez dibujado el segmento que corresponde al diámetro de la circunferencia, se necesita el centro que será el punto medio. Utilizando la herramienta **Punto medio** que se encuentra en el bloque de herramientas **Construir**, al señalar el segmento aparecerá el



mensaje **Punto medio de este segmento** y, al pulsar el botón izquierdo del ratón se dibujará el punto correspondiente.

Por último, seleccionar **Círculo** en el bloque de herramientas **Curvas** y señalar el punto correspondiente al centro cuando aparezca el mensaje **Este punto como centro**, acercarse a cualquiera de los extremos de segmento y cuando aparezca el mensaje Este punto para el radio, volver a pulsar y se dibujará la circunferencia buscada.

La secuencia de las acciones realizadas aparece en las siguientes imágenes:

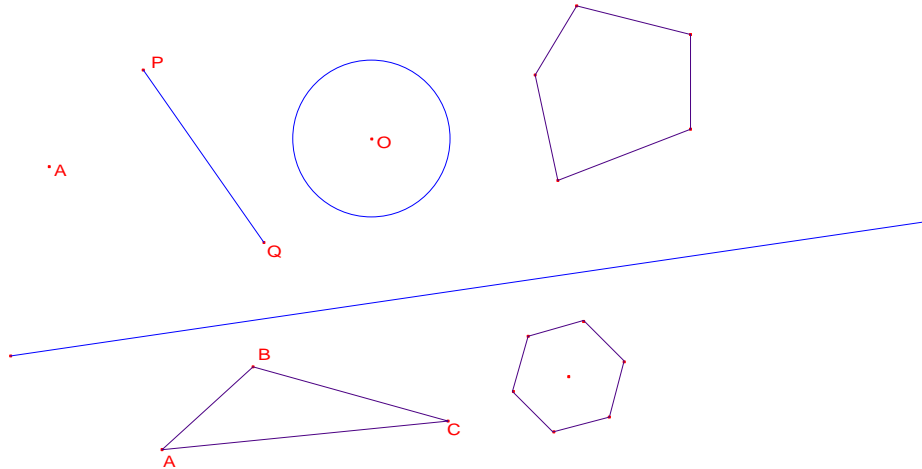


Como podéis observar es importante acostumbrarse a leer los mensajes que aparecen en la pantalla.



Actividad 1

Utilizando las herramientas de los bloques **Puntos**, **Líneas** y **Curvas**, dibuja los objetos que aparecen en la siguiente figura:



Herramienta Puntero: se utilizará para seleccionar un objeto (clic en el ratón) y para moverlo (mantener pulsado el botón izquierdo del ratón).

Para practicar un poco, mueve los objetos que acabas de construir .

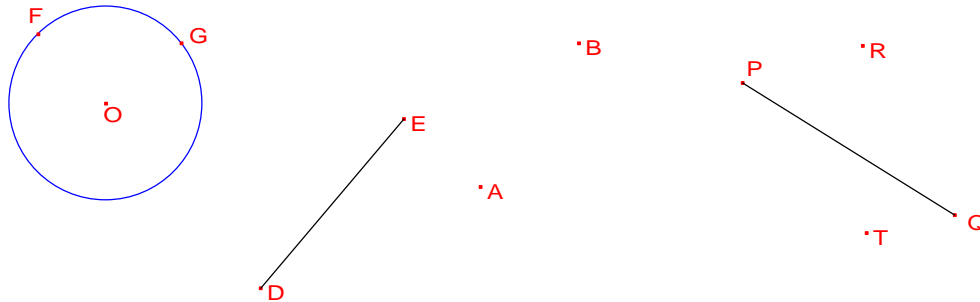
Borrar objetos

- **Borrar todo:** elige la opción **Seleccionar todo** en el menú **Edición**.
- **Borrar un objeto:** una vez seleccionada la herramienta **Puntero** haz clic sobre el objeto que se desea borrar y pulsa a continuación la tecla **Supr**.
- **Para borrar varios objetos de manera simultánea:** dibuja una *marquesina* que los englobe a todos y pulsa la tecla **Supr** (Una marquesina es un rectángulo, por lo que pulsa el botón izquierdo de ratón y arrastra para marcar el vértice opuesto del rectángulo). También puedes marcar varios objetos haciendo clic sobre ellos mientras mantienes pulsada la tecla **Mayúsculas**.



Actividad 2

Construye los objetos que aparecen en la figura siguiente:



Dibuja:

- La cuerda FG.
- El sector circular OFG.
- El punto medio M entre A y B.
- La mediatriz del segmento DE.
- La paralela al segmento PQ por el punto R.
- La perpendicular al segmento PQ por el punto T.

Ángulos:

¿Qué objetos crees que se necesitarán para determinar un ángulo?

Dibuja un ángulo.

En el menú de herramientas Construir que has utilizado para dibujar los elementos anteriores aparece Bisectriz, ¿Cómo crees que se dibujará la bisectriz de un ángulo?

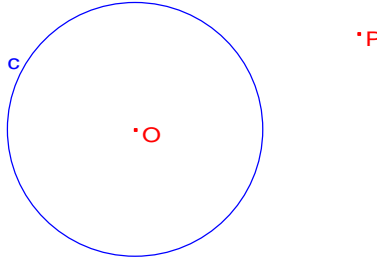
Traza la bisectriz del ángulo que has dibujado.



Actividad 3

Tangentes

Dibuja una circunferencia c cuyo centro llamamos O y un punto exterior P .



Construye la circunferencia de centro P que sea tangente a la circunferencia c .

Una vez construida mueve los objetos que intervienen en la figura para comprobar que las condiciones de tangencia se mantienen. Mueve primero el punto P , a continuación mueve el centro O y por último intenta cambiar el tamaño de la circunferencia.

¿Hay alguna posición en la que desaparece la circunferencia obtenida?

Otra tangente

Dibuja una circunferencia c cuyo centro es O y un punto A de la circunferencia.

Traza la recta tangente a la circunferencia por el punto A .

Al igual que en la actividad anterior intenta mover los objetos que intervienen en la construcción. ¿Has utilizado alguna propiedad geométrica en la construcción?

Una más

Dibuja la circunferencia cuyo centro es O y es tangente a la recta r .





Actividades para investigar

Tangentes a una circunferencia desde un punto exterior

Dibuja una circunferencia c cuyo centro es O y un punto A exterior a la circunferencia.
Traza las rectas tangentes a la circunferencia por el punto A .

Circunferencia tangente

Dibuja una circunferencia c cuyo centro es O y un punto A en la circunferencia.

Sea P un punto interior a la circunferencia.

Traza la circunferencia que pasa por el punto P y es tangente a la circunferencia c en el punto A .

¿Hay que cambiar algo en la construcción para que sea válida para el caso en el que el punto P sea exterior a la circunferencia c ?

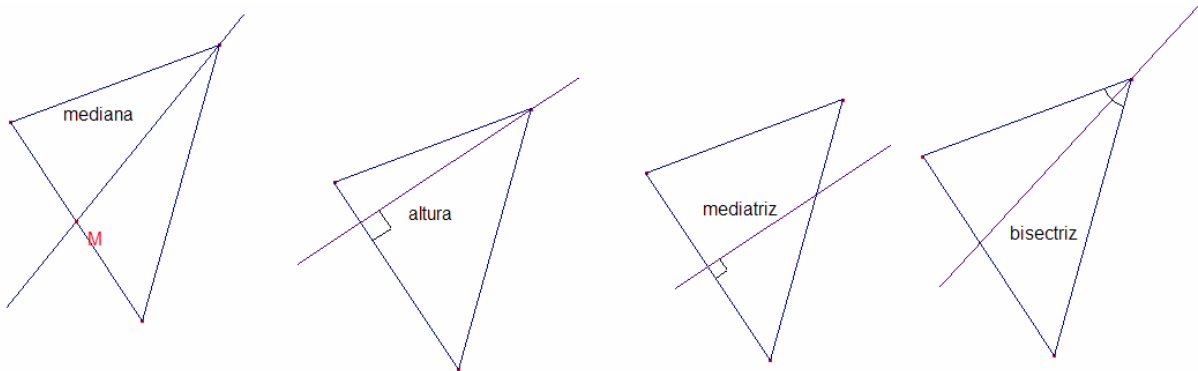


Actividad 4

Elementos notables de un triángulo

En un triángulo hay una serie de rectas denominadas *notables*:

- **Mediana:** recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.
- **Altura:** recta perpendicular a un lado por el vértice opuesto.
- **Mediatriz:** recta perpendicular a un lado por el punto medio.
- **Bisectriz:** es la bisectriz de un ángulo interior del triángulo.



Además, hay una serie de puntos notables que vas a obtener a continuación.

Dibuja un triángulo cualquiera ABC y traza las tres mediatrices.

Observa que las tres mediatrices se cortan en un punto. Mueve los vértices para comprobar que siempre se cortan en un punto sea cual sea el triángulo.

Este punto se denomina **circuncentro**.

Dibuja la circunferencia cuyo centro sea el punto anterior y que pase por el punto A.

Observa que esta circunferencia pasa también por los otros dos vértices del triángulo.

Esta circunferencia se denomina circunferencia circunscrita cuyo centro es el circuncentro.

Los otros puntos notables que también obtendrás son:

- **Baricentro:** punto de corte de las tres medianas de un triángulo.
- **Ortocentro:** punto de corte de las tres alturas de un triángulo.
- **Incentro:** punto de corte de las tres bisectrices de un triángulo.



Actividad 5

Circunferencia inscrita en un triángulo

Se denomina circunferencia inscrita a un triángulo a aquella que tiene su centro en el **incentro** del triángulo y es tangente a cada uno de los lados.

Dibuja un triángulo y una vez obtenido el incentro, intenta dibujar la circunferencia inscrita.

Mueve cualquiera de los vértices del triángulo para comprobar que la circunferencia sigue cumpliendo la condición de circunferencia inscrita.

Si se mantiene la actividad está perfecta, pero si por el contrario se pierde la condición de inscrita es necesario averiguar qué ocurre.



Actividad 6

Recta de Euler

En la actividad anterior has obtenido los cuatro puntos notables de un triángulo: circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro.

En cualquier triángulo se cumple que tres de los puntos anteriores están alineados, es decir están sobre una misma recta que se denomina **recta de Euler**.

Aprovechando las posibilidades de movimiento que Cabri ofrece intenta averiguar qué puntos son los que están alineados.

Posición de los puntos notables

1. Intenta averiguar si los cuatro puntos notables pueden estar alineados. ¿Qué condiciones son necesarias para que esto ocurra?
2. De los cuatro puntos hay algunos que siempre están dentro del triángulo sea cual sea éste. Indica cuáles son.
3. ¿Es posible que alguno de los puntos notables pueda estar situado sobre un lado del triángulo? Describe cuando ocurre y bajo que condiciones.
4. Y con un vértice ¿puede coincidir alguno de los puntos notables? Indica de que punto o puntos se trata y describe si hay alguna relación con el tipo de triángulo dibujado.
5. Describe qué ocurre cuando la recta de Euler pasa por un vértice.
6. ¿Pueden coincidir los cuatro puntos notables? ¿Qué ocurre en este caso en el triángulo?



Actividad 7

Más triángulos

Dibuja un triángulo cualquiera ABC y realiza las siguientes transformaciones.

- Construye un triángulo rectángulo cuyo área sea igual a la del triángulo inicial.

- Transforma el triángulo ABC en un triángulo isósceles de igual área.

En Cabri disponemos de herramientas para medir longitudes y áreas, por lo que puedes utilizarlas para comprobar los resultados obtenidos en las construcciones anteriores.



Actividad 8

Polígonos

Dibuja un polígono cualquiera.

- Construye un polígono que tenga un lado menos y cuya área sea igual a la del polígono inicial.

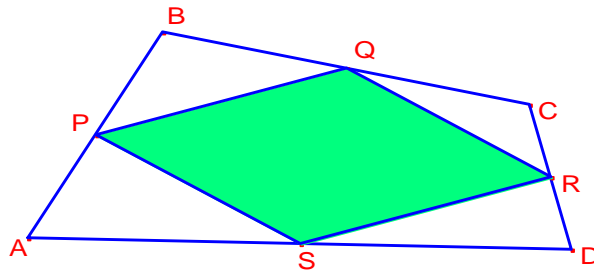
- Construye un polígono que tenga un lado más y cuya área sea igual a la del polígono inicial.



Actividad 9

Cuadrilátero de Varignon

El cuadrilátero de Varignon PQRS se obtiene al unir los puntos medios de un cuadrilátero cualquiera ABCD.



Dibuja un cuadrilátero y traza el cuadrilátero de Varignon.

Comprueba:

- Que el cuadrilátero de Varignon es un paralelogramo.
- Comprueba que el área del cuadrilátero de Varignon es la mitad del área del cuadrilátero inicial.

Dibuja las diagonales del cuadrilátero ABCD para investigar:

- Cuando el cuadrilátero de Varignon será un rectángulo.
- Y cuando será un cuadrado.

Actividad para investigar

Si en un cuadrilátero ABCD se trazan las bisectrices de los ángulos interiores, las bisectrices de dos ángulos contiguos se cortan en un punto.

Si llamamos a estos puntos P, Q, R y S.

Clasifica el cuadrilátero PQRS según sea el cuadrilátero inicial ABCD.

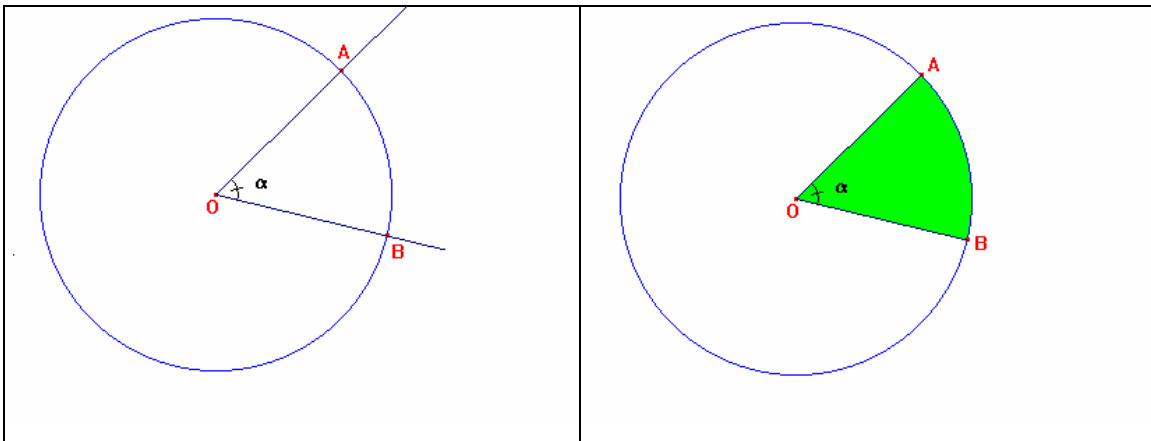


Actividad 10

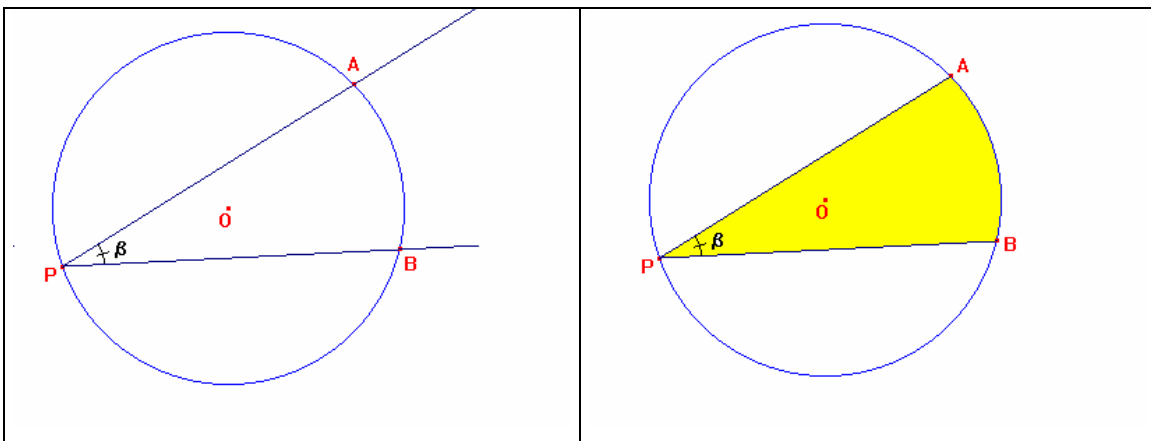
Ángulos en la circunferencia

En una circunferencia se pueden dibujar distintos ángulos.

- **Ángulo central:** Es un ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia.



- **Ángulo inscrito:** tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes a la circunferencia.





Actividad 11

Relación entre dos ángulos inscritos que abarcan el mismo arco.

Realiza la siguiente construcción:

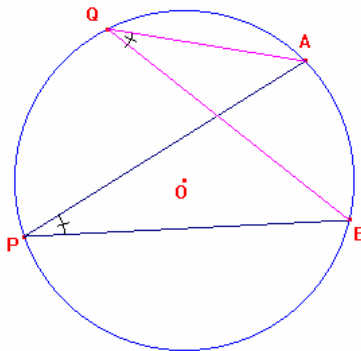
- Dibuja una circunferencia, marca dos puntos A y B sobre la circunferencia.
- Construye el ángulo inscrito APB.
- Mide el ángulo APB.
- Mueve el punto P.

¿Qué observas en la medida del ángulo cuando P recorre la circunferencia?

- Construye un nuevo ángulo inscrito AQB.

Mueve cualquiera de los elementos que intervienen en la construcción anterior para estudiar la relación entre los dos ángulos anteriores.

Deduce que relación hay entre dos ángulos inscritos en una circunferencia que abarcan el mismo arco.





Actividad 12

Relación entre un ángulo inscrito y su correspondiente ángulo central.

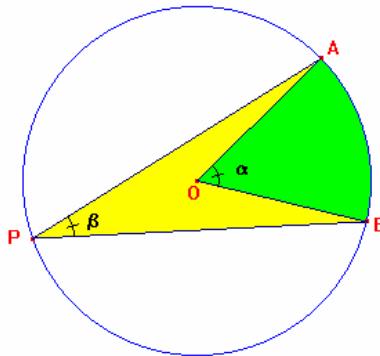
Realiza la siguiente construcción:

- Dibuja una circunferencia de centro O y dos puntos A y B sobre la circunferencia.
- Construye y mide el ángulo central AOB.
- Dibuja y mide un ángulo inscrito PAB.

Mueve el punto P para estudiar la relación entre los dos ángulos anteriores.

Completa la propiedad siguiente:

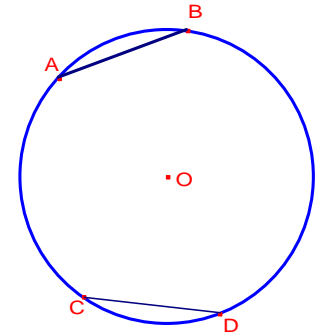
La medida de un ángulo inscrito en una circunferencia es _____ del correspondiente ángulo central.





Actividad 13

En la figura siguiente podrás observar una circunferencia y dos cuerdas AB y CD iguales.

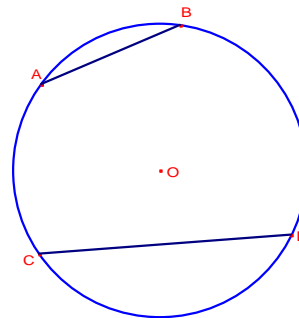


A continuación:

- Traza los radios OA, OB, OC y OD.
- Mide los ángulos AOB y COD.

Deduce la relación existente entre los ángulos centrales que corresponden a dos cuerdas iguales?

Actividad 14



En la figura anterior puedes observar una circunferencia y dos cuerdas AB y CD que no son paralelas y que tienen distinto tamaño.

Dibuja a continuación las rectas perpendiculares a cada una de las cuerdas por el centro de la circunferencia.

Contesta las cuestiones siguientes:

- ¿Qué tipo de triángulos son AOB y COD?
- ¿Qué representa la perpendicular anterior en cada uno de los triángulos?
- ¿Por dónde pasa la perpendicular anterior con respecto a cada una de las bases?

Completa la propiedad siguiente:

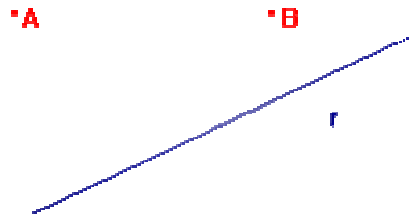
La perpendicular por el centro de una circunferencia, trazada a una cuerda, divide a la cuerda en _____.



Actividad 15

Construyendo triángulos

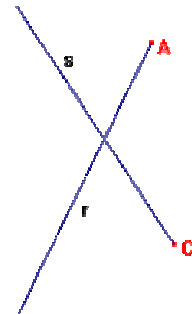
1. Determina en la recta r un punto C tal que el triángulo ABC sea un triángulo isósceles en C .



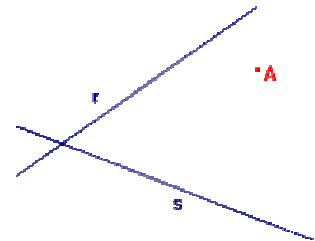
2. Encuentra otro punto D en la recta r tal que el triángulo ABD sea isósceles en A .

3. ¿Son únicos los triángulos anteriores?

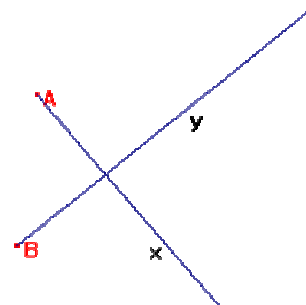
4. Las rectas r y s son las alturas del triángulo ABC en los vértices A y C . Determina el vértice que falta y construye el triángulo.



5. Las rectas r y s son mediatrices de un triángulo ABC . Conocido el vértice A ¿cómo se pueden encontrar los otros dos vértices?



6. Las semirrectas Ax y By son dos bisectrices del triángulo ABC . Construye el triángulo.





Actividad 16

Construcción de cuadrados

Construye un cuadrado a partir del segmento correspondiente al lado.

¿Es posible dibujar un cuadrado a partir del segmento correspondiente al lado utilizando la herramienta **Rotación**?

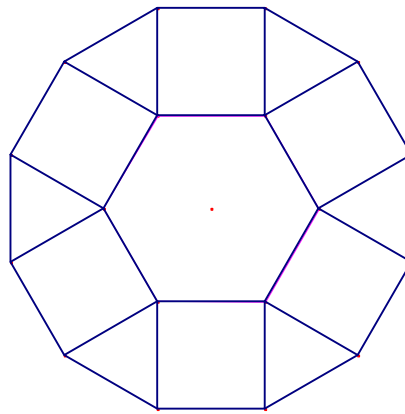
Intenta generalizar este método para dibujar cualquier polígono regular.



Actividad 17

Polígonos regulares

Dibuja un hexágono regular y sobre cada uno de sus lados construye un cuadrado.
Une los vértices por medio de segmentos para obtener una figura similar a la siguiente:



¿Es regular esta figura?

Puedes calcular el valor de la apotema en función de la medida del lado.

Si hacemos una construcción similar sobre los lados de un cuadrado.

La figura obtenida ¿es un octógono regular?