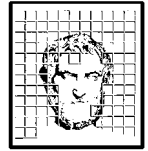


Geometría dinámica con Cabri

Sesión 16



ESTALMAT-Andalucía



SAEM THALES

Material recopilado y elaborado por:

Encarnación Amaro Parrado

Agustín Carrillo de Albornoz Torres

Granada, 8 de marzo de 2008



Actividades de repaso del programa Cabri Géomètre

Actividad 0

Cabri Géomètre es un programa que se denomina de geometría dinámica que facilita la realización de construcciones geométricas de manera sencilla.

Estos programas utilizan una serie de objetos básicos: puntos, segmentos, rectas, semirrectas, vectores, triángulos, polígonos, círculos, arcos y cónicas.

A partir de ellos se construyen nuevos objetos, por ejemplo: el punto medio entre dos puntos, la mediatriz de un segmento, la bisectriz de un ángulo, la perpendicular a una recta por un punto, etc. Además, entre los objetos de una construcción se establecen una serie de relaciones y propiedades geométricas que se mantiene incluso al mover los objetos iniciales.

Esta es la característica principal de los programas de geometría dinámica.

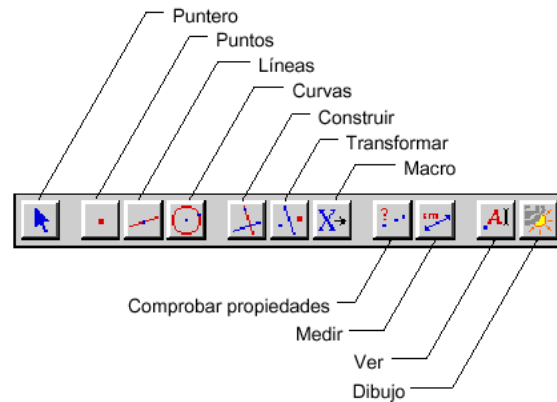
Para trabajar con Cabri hay un elemento que es imprescindible, es el ratón, casi todas las acciones se realizarán con él o, mejor dicho, con el botón izquierdo.

En Cabri cualquier construcción se realiza de manera análoga a como se haría utilizando herramientas tradicionales como son la regla y el compás o con papel y lápiz.

Por ejemplo, para un triángulo se construirá a partir de sus tres vértices, una recta se dibujará a partir de un punto y una dirección o a partir de dos puntos; en general, es recomendable pensar como se realizaría con papel antes de utilizar las herramientas disponibles en Cabri géomètre.

Otra consideración que se debe tener en cuenta es que para utilizar un objeto, previamente se debe crear o señalar.

Tenemos una serie de herramientas disponibles agrupadas en bloques para crear los objetos básicos, para construir, para establecer relaciones o para mostrar o cambiar sus características.



Por ejemplo, para crear puntos bastará con seleccionar la herramienta **Punto** en el bloque de herramientas **Puntos** y pulsar el botón izquierdo del ratón sobre una parte libre de la hoja de trabajo o sobre un objeto ya existente o también, como punto de intersección de dos objetos.

Ejemplo

Dibujar la circunferencia que tiene como diámetro el segmento que une dos puntos, previamente dibujados.

Realizaremos el proceso siguiente:

Dibujar los dos puntos utilizando la herramienta **Punto**.

Seleccionar **Segmento** para construir el segmento que tiene estos puntos como extremos. Para señalar cada uno de los puntos bastará con acercarse a un punto para pulsar (hacer un clic y soltar) el botón izquierdo del ratón cuando aparezca el mensaje **Este punto**; acercarse al otro extremo, al mover el ratón se observa que aparece el segmento cuyo extremo queda fijado al pulsar de nuevo el ratón cuando vuelva a aparecer el mensaje Este punto.

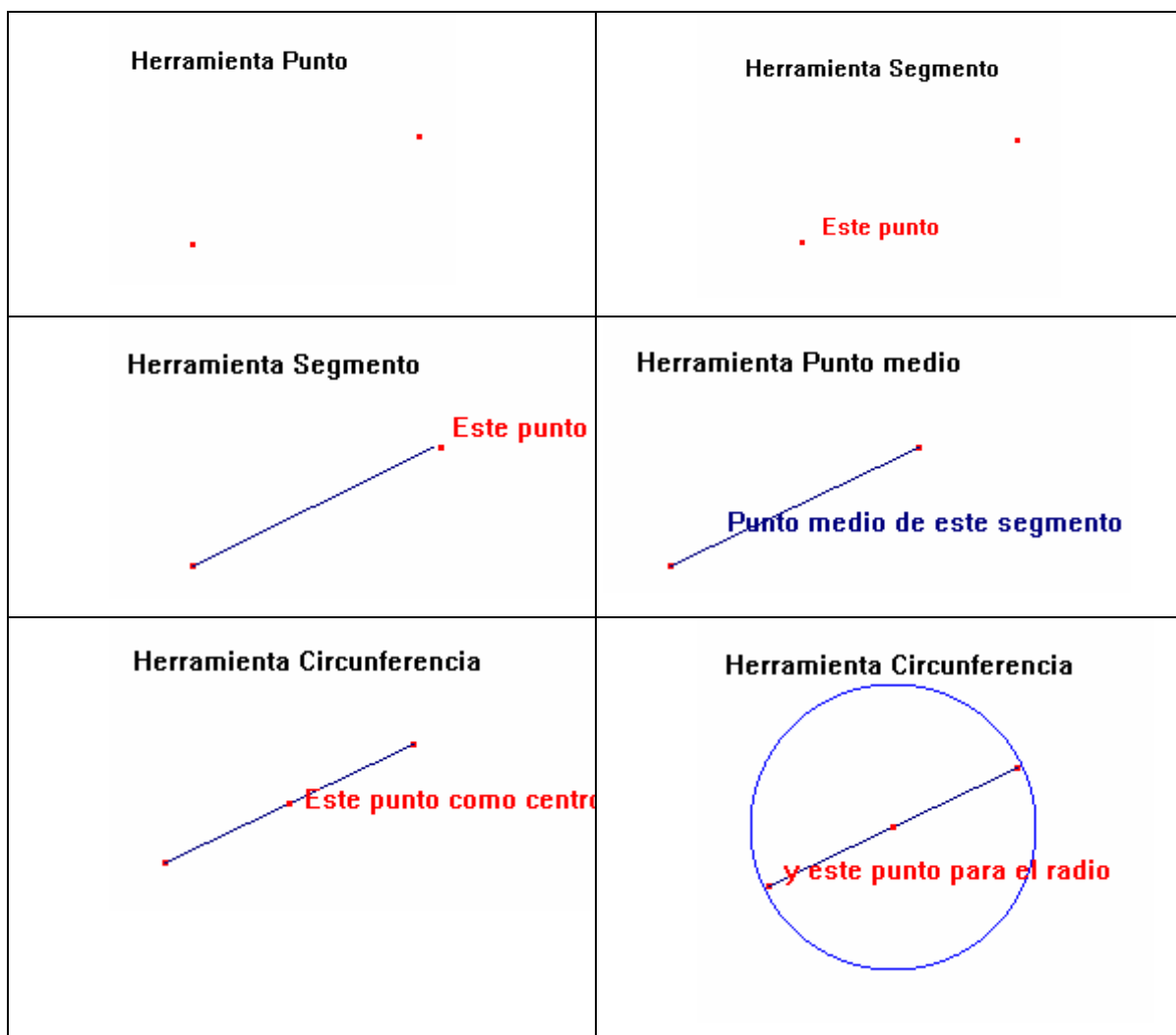
Una vez dibujado el segmento que corresponde al diámetro de la circunferencia, se necesita el centro que será el punto medio. Utilizando la herramienta **Punto medio** que se encuentra en el bloque de herramientas **Construir**, al señalar el segmento aparecerá el



mensaje **Punto medio de este segmento** y, al pulsar el botón izquierdo del ratón se dibujará el punto correspondiente.

Por último, seleccionar **Círculo** en el bloque de herramientas **Curvas** y señalar el punto correspondiente al centro cuando aparezca el mensaje **Este punto como centro**, acercarse a cualquiera de los extremos de segmento y cuando aparezca el mensaje Este punto para el radio, volver a pulsar y se dibujará la circunferencia buscada.

La secuencia de las acciones realizadas aparece en las siguientes imágenes:



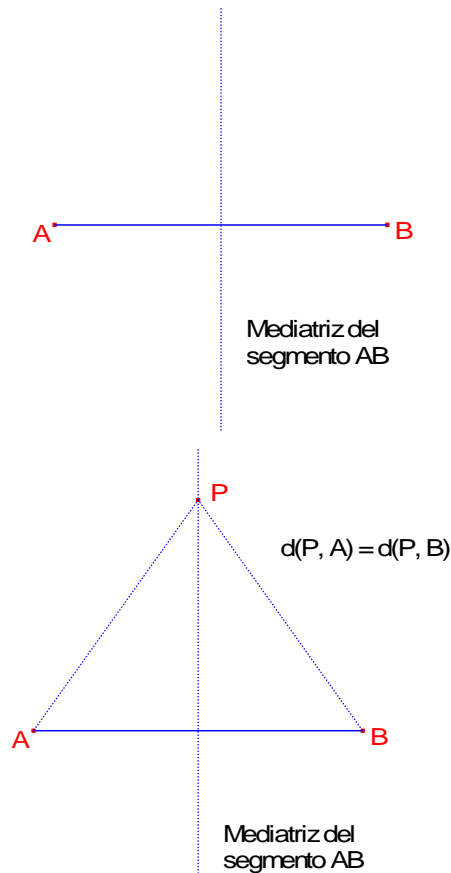
Como podéis observar es importante acostumbrarse a leer los mensajes que aparecen en la pantalla.



Lugares geométricos

Un lugar geométrico está formado por un conjunto de puntos que cumplen una determinada condición.

La mediatriz de un segmento es un lugar geométrico; es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que están a la misma distancia de los extremos del segmento.



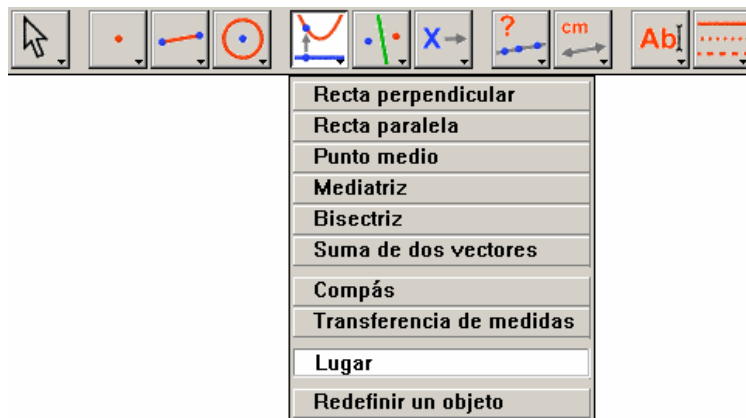
Seguro que te suenan otros lugares geométricos, intenta pensar en los que conozcas y sobre todo en la propiedad que cumplen.



Construcción de un lugar geométrico con Cabri Géomètre

Para construir un lugar geométrico utilizando Cabri se necesitan dos objetos. Por un lado el objeto que describirá el lugar y el objeto que se moverá para cambiar las condiciones en cada movimiento. Es evidente que este último objeto no se puede mover libremente sobre el plano por lo que a su vez, dependerá de un tercer objeto.

La herramienta para construir lugares geométricos se denomina **Lugar** y se encuentra en el menú **Construir**.

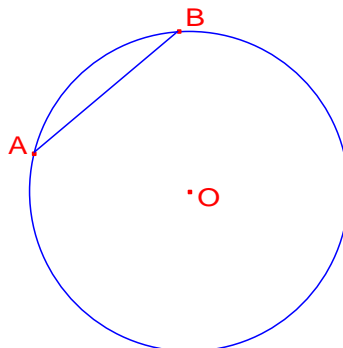


Ejemplo

Dibujar el lugar geométrico descrito por el punto medio M de una cuerda AB cuando el punto B recorre la circunferencia.

Realizaremos el proceso siguiente:

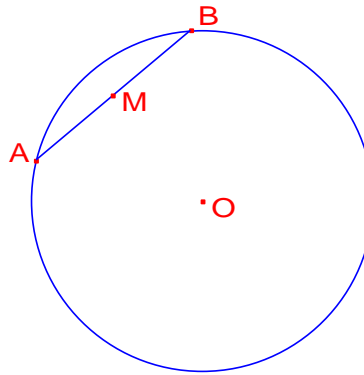
- Dibujamos una circunferencia y trazamos una cuerda AB.



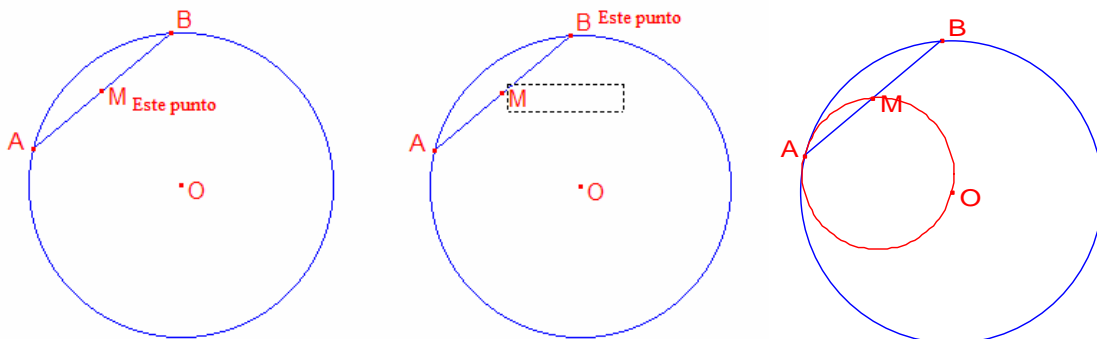


- Utilizamos la herramienta Punto medio para dibujar el punto medio del segmento AB que llamamos M.

Recta perpendicular
Recta paralela
Punto medio
Mediatriz
Bisectriz
Suma de dos vectores
Compás
Transferencia de medidas
Lugar
Redefinir un objeto



- Seleccionamos la herramienta lugar y señalamos primero el punto M (que será el que describe el lugar) y el punto B (que será el que se mueva sobre la circunferencia).



Obtenemos el lugar buscado, una circunferencia que pasa por A y por el centro de la circunferencia inicial.



Actividad 1

La mediatriz de un segmento es un lugar geométrico en el vamos a comprobar la propiedad que la define.

Dibuja un segmento AB y traza su mediatriz.

Sitúa un punto P en la mediatriz para dibujar los segmentos que unen este punto con cada uno de los extremos.

Mide a continuación las distancias PA y PB para comprobar que son iguales.

Mueve el punto P para comprobar que se mantiene la igualdad entre los dos valores anteriores.

Actividad 2

Si A es un extremo de un segmento y M es su punto medio ¿Cómo harías para encontrar el otro extremo?

A •

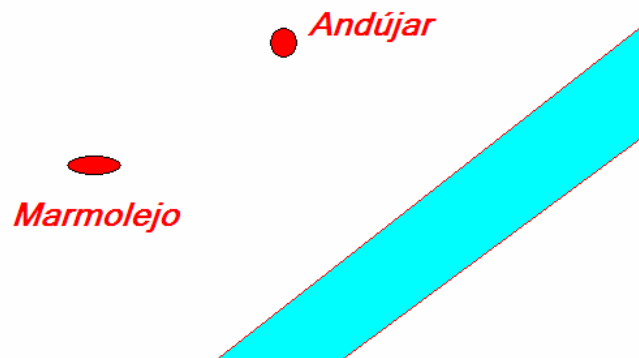
•
M



Actividad 3

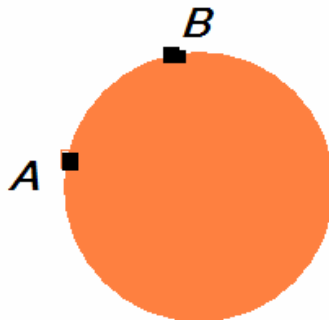
Los ayuntamientos de Andujar de Marmolejo se han puesto de acuerdo para construir un merendero al lado del río y no saben donde hacerlo para que ninguno de los habitantes de los dos pueblos salga perjudicado.

¿Dónde deben situar el merendero?



Otra cuestión más

En una plaza circular ¿cómo tendrás que atravesarla para estar siempre a la misma distancia de los puntos A y B?



Y una más

Una empresa quiere construir una central eléctrica para abastecer a tres pueblos que no están en línea recta. ¿Cuál es el sitio adecuado para que la central esté a la misma distancia de los tres pueblos y de esta forma el coste del suministro sea mínimo para la empresa?

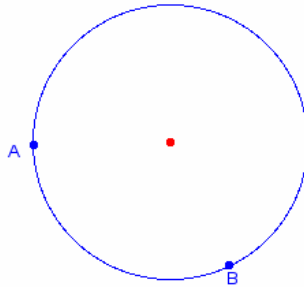


Actividad 4

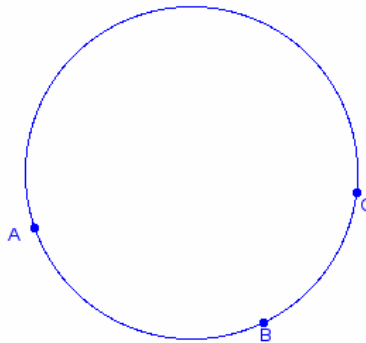
Circunferencias

Dibuja un punto A y piensa cuántas circunferencias puedes dibujar que pasen por el punto A. Indica cómo has realizado la construcción.

Ahora vamos a dibujar además del punto A otro punto B para averiguar cuántas circunferencias pasan a la vez por A y por B. Al igual que antes, indica cómo realizas la construcción.



Lo complicamos algo más, ahora dibuja tres puntos no alineados A, B y C, para averiguar cuántas circunferencias pasan a la vez por estos tres puntos.



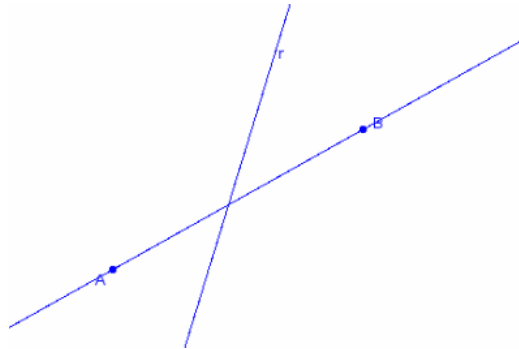
Si añadimos un punto más, ¿podríamos construir la circunferencia que pasa por todos los puntos?



Actividad 5

Dibuja dos puntos A y B. Traza una recta r que no sea perpendicular a la recta que pasa por A y B. Ahora intenta dibujar la circunferencia que pase por A y B y cuyo centro esté en la recta r .

¿Qué pasaría cuando la recta r sea perpendicular a la recta que pasa por A y B?

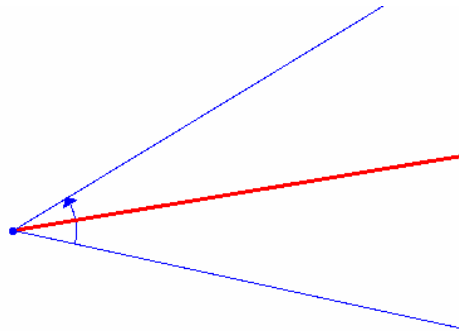




Actividad 6

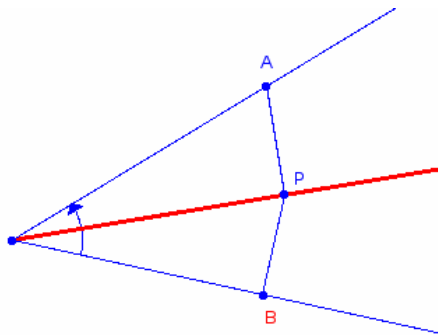
Bisectriz de un ángulo

Es la semirrecta que divide al ángulo en dos partes iguales.



Propiedad de la bisectriz

Los puntos de la bisectriz están a la misma distancia de los lados del ángulo.

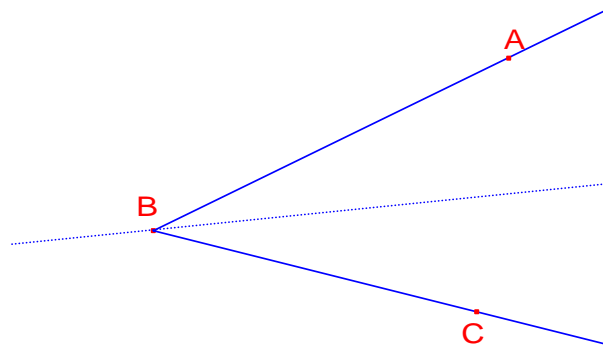


Cabri dispone de la herramienta Bisectriz para obtenerla de forma directa.

Recta perpendicular
Recta paralela
Punto medio
Mediatriz
Bisectriz
Suma de dos vectores
Compás
Transferencia de medidas
Lugar
Redefinir un objeto



Para trazar la bisectriz de un ángulo es necesario marcar tres puntos, de manera que el punto intermedio sea el vértice por el cual se desea trazarla.



Marcando los puntos en el orden ABC o CBA se obtendrá la bisectriz representada en la figura.

Actividad 7

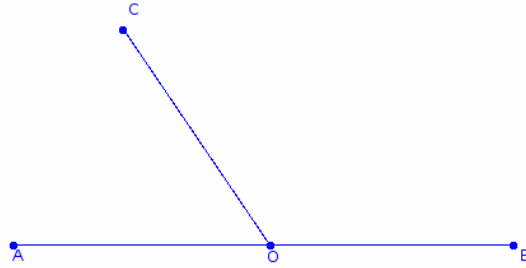
Dibuja un ángulo cualquiera y traza su bisectriz. A continuación sitúa un punto P en la bisectriz y determina la distancia de P a cada lado del ángulo.

Comprueba que estas distancias son iguales y que se mantienen al mover el punto P.



Actividad 8

Reproduce la siguiente figura:



Construye las bisectrices de los ángulos BOC y AOC. ¿Qué observas?



Actividad 9

Intenta dibujar los siguientes lugares geométricos:

1. Lugar geométrico descrito por el punto medio de un segmento PA, siendo P un punto del perímetro de un cuadrado y A un vértice, cuando P recorre el perímetro del cuadrado.
2. En una circunferencia de centro O dibuja un radio OA. ¿Cuál será el lugar geométrico que describe el radio OA cuando el punto A recorre toda la circunferencia?
3. Sea P un punto de un segmento AB. ¿Cuál es el lugar geométrico descrito por una circunferencia cuyo centro es P cuando P recorre el segmento AB?
4. Sea A un punto de una circunferencia c_1 . Con centro en A, trazamos una nueva circunferencia que llamamos c_2 ¿cuál es el lugar geométrico descrito por la circunferencia c_2 cuando el punto A se mueve por la circunferencia c_1 ?



Actividad 10

SECCIONES CÓNICAS

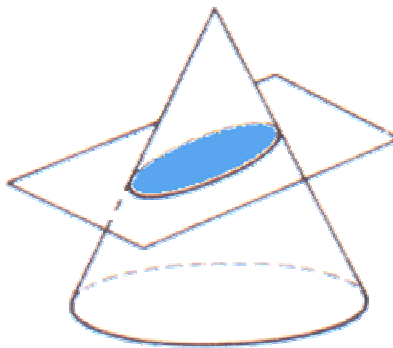
Las cónicas están presentes en el mundo cotidiano desde los tiempos más remotos, no hay más que pensar en la importancia y utilidad de la circunferencia, sin olvidar la presencia del resto de cónicas como la elipse que es fácil encontrar en diversos útiles cotidianos como marcos, adornos, etc., sin olvidar cómo es la trayectoria de los planetas.

La presencia de las parábolas es ya habitual en las formas de las antenas parabólicas que observamos en balcones y tejados de las ciudades, utilizada por Galileo para deducir la expresión del recorrido que realiza un proyectil.

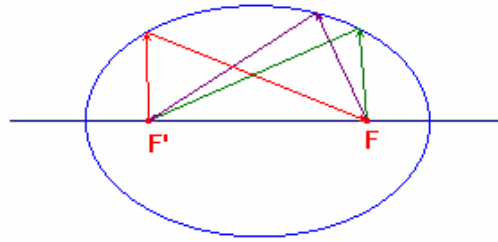
A pesar que es más difícil de encontrar en la vida cotidiana, no deja de ser menos importante la utilidad de las hipérbolas que aparecen siempre que se representa la gráfica correspondiente a una ley de proporcionalidad inversa.

Aunque las cónicas fueron estudiadas por matemáticos griegos a partir de las secciones cónicas como curvas que se obtenían como intersección de distintos cuerpos o cortando un cono con un plano, como aparece en las figuras siguientes, su utilidad real no se encontró hasta pasados muchos siglos, cuando Kepler y Galileo determinaron algunas aplicaciones.

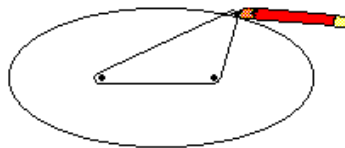
ELIPSE



La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es una cantidad constante.



Un método sencillo denominado “del jardinero” para dibujar una elipse consiste en clavar dos estacas en el suelo y utilizar una cuerda de longitud mayor que la distancia entre las dos estacas, tensar la cuerda y recorrerla para obtener el dibujo de una elipse.

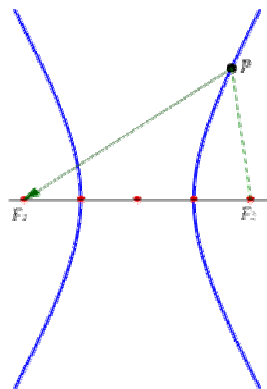


Aplicando este método podemos construir una elipse utilizando Cabri.

HIPÉRBOLA

La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos llamados focos es una cantidad constante.

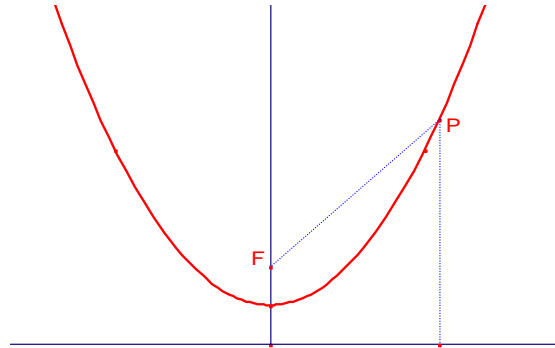
Piensa cómo podrías obtener una hipérbola como sección de un cono.





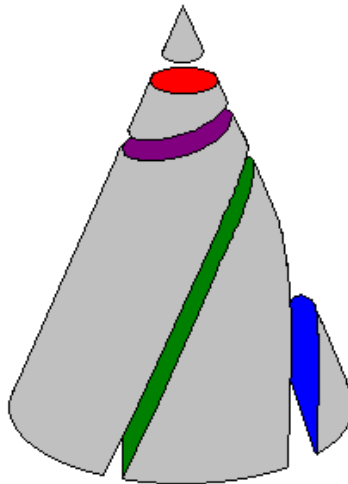
PARÁBOLA

La parábola es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto llamado foco y de una recta llamada directriz.



Piensa cómo podrías obtener una parábola como sección de un cono.

Identifica cada una de las cónicas anteriores en la imagen siguiente:





Actividad 11

Dada una circunferencia y un punto P interior, que no sea el centro. Sea A un punto cualquiera de la circunferencia y r la recta perpendicular al segmento PA por el punto A .

Hallar el lugar geométrico que determina la recta r cuando A recorre la circunferencia.

Actividad 12

Sea A un punto interior de una circunferencia c . Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasan por el punto A y son tangentes a la circunferencia c .



Actividad 13

Hallar el lugar geométrico de un punto P de un segmento de longitud fija AB cuando el segmento se desliza sobre unos ejes perpendiculares.

¿Qué ocurre cuando se cambia la posición del punto P ?

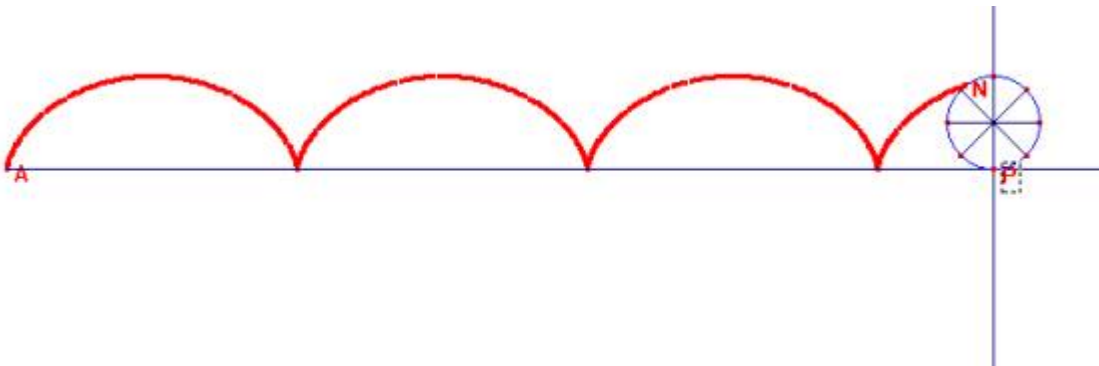


Actividad 14

La cicloide es la curva engendrada por un punto situado sobre una circunferencia que gira sobre una recta sin deslizarse. La historia de la cicloide data de 1634. Muchos matemáticos se han ocupado de estudiarla: Pascal, Galileo, Descartes y Mary Somerville que la describe así:

“Se ha propuesto investigar la naturaleza de una curva en la que una partícula puede moverse, así como oscilar en tiempos iguales, sea cual sea la amplitud de los arcos”

Si pensamos en la trayectoria de una válvula de una bicicleta tendremos una cicloide acortada y si pensamos en un punto de una rueda de un tren que sobresale del raíl tendremos una cicloide alargada.



Instrucciones para dibujar la cicloide con Cabri

- Trazar una semirrecta cuyo origen será un punto A.
- Sea P un punto en la semirrecta.
- Trazar aparte un segmento y calcular su longitud
- Trazar una perpendicular a la semirrecta en P, y una semirrecta con esa dirección perpendicular, que parta de P
- Transferir la medida del segmento a esta semirrecta perpendicular
- Dibujar una circunferencia de radio esa medida, tangente en el punto P a la semirrecta
- Medir la distancia AP



ESTALMAT-Andalucía

- Transferir esa medida a la circunferencia de tal forma que obtengamos un punto M en la circunferencia, tal que el arco PM sea igual al segmento AP.
- Dibujar el punto N simétrico del punto M con respecto a la perpendicular a la semirrecta en P.
- La cicloide es el lugar geométrico del punto N cuando P recorre la semirrecta.

Te recomendamos la siguiente dirección para ver el movimiento de las cicloides.

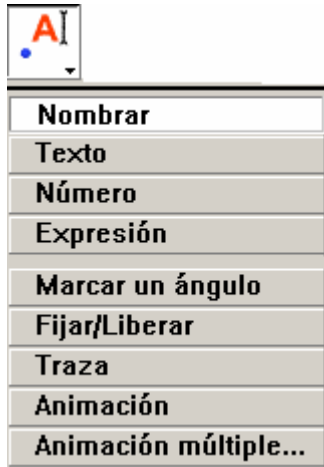
<http://webpages.ull.es/users/revmat/geometria/cicloides/cicloides.htm>



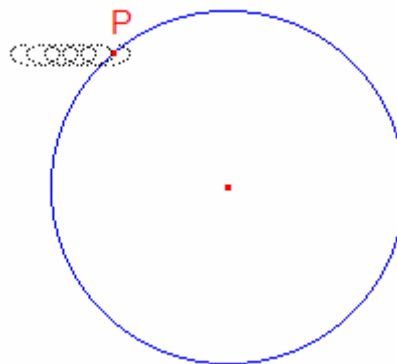
Actividad 15

Cabri dispone de herramientas para animar objetos de manera que sea posible simular movimiento en las construcciones geométricas.

Estas herramientas son **Animación** y **Animación múltiple** disponibles en el menú **Ver**.



Para animar un objeto, por ejemplo el punto P situado sobre la circunferencia basta seleccionar la herramienta Animación, situarse sobre él y manteniendo pulsado el botón izquierdo del ratón aparecerá un muelle que al soltar hará que comience el movimiento.

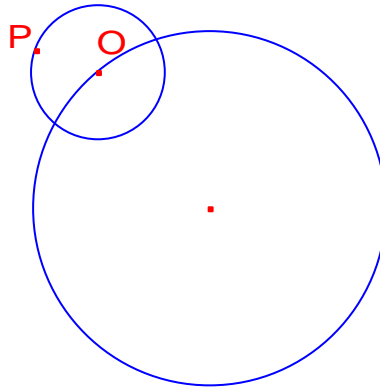


Cuanto más se estire el muelle más rápido se moverá el objeto.

De manera similar se utilizará la opción Animación múltiple que facilita el movimiento de manera simultánea de más de un objeto.

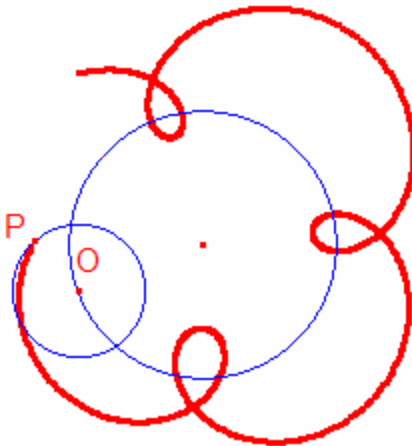


Por ejemplo, dibuja una circunferencia c_1 y una nueva circunferencia c_2 cuyo centro O esté sobre c_1 . Dibuja un punto P sobre la circunferencia c_2 .



Utilizando la herramienta **Animación múltiple**, anima los puntos O y P .

Para dibujar el camino que recorre el punto P es necesario utilizar previamente la herramienta **Traza** que se encuentra en el mismo menú.



Comprueba las figuras que obtienes cambiando la velocidad del movimiento en los puntos O y P .