

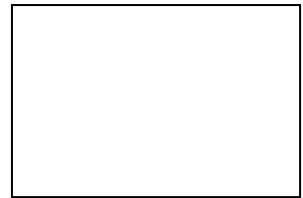
PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

S.A.E.M. THALES

Estímulo del Talento Matemático

Prueba de selección

31 de mayo de 2008



Nombre:

Apellidos:

Localidad: Provincia:

Fecha de nacimiento:/...../199.... Teléfonos:

Sexo: Hombre Mujer Colegio: Público: Privado/Concertado:

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar

1. En primer lugar debes leer todos los problemas y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.
2. Para ello te hemos propuesto los problemas cada uno en una hoja. El espacio libre lo puedes utilizar para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza, por favor, el reverso de la hoja y si aún te falta espacio utiliza otra hoja en blanco (en la carpeta tienes dos y si necesitas más, puedes pedir las, pero recuerda que en ellas debes escribir también el número que aparece en la esquina superior derecha de esta primera hoja).

De ningún modo debes utilizar una hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos problemas distintos. Al final debes entregar todos los papeles que hayas utilizado.

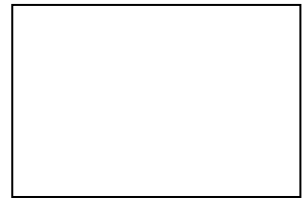
3. Queremos conocer no solamente tus soluciones sino, sobre todo, tus propios caminos hacia la solución. Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Estas ideas deberías tratar de describirlas de la manera más clara posible. Para ello bastará unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales o incompletas de los problemas propuestos.

Además tenemos una curiosidad, ¿cómo te has enterado de esta convocatoria?

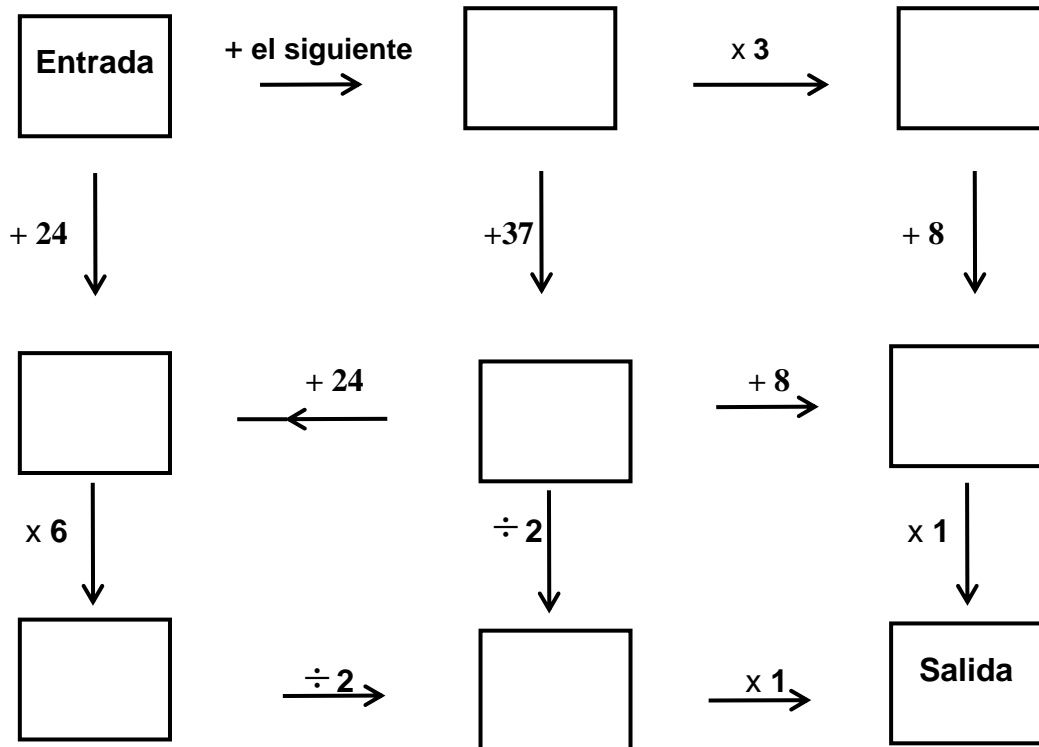
- A través de tu Colegio.
- A través de la *Olimpiada Thales*.
- A través de otros medios. Indícalos:

**Tienes dos horas y media en total.
¡Te deseamos mucho éxito!**

1. CIRCUITO

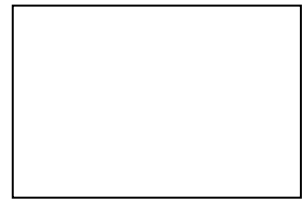


Este circuito solo reconoce **números naturales** (0, 1, 2, 3, ...). Cuando un número entra en este circuito se coloca en la casilla de **Entrada** y siguiendo las flechas va avanzando hasta llegar a la **Salida**. Para pasar de una casilla a otra debe realizar la operación que se indica junto a la flecha.

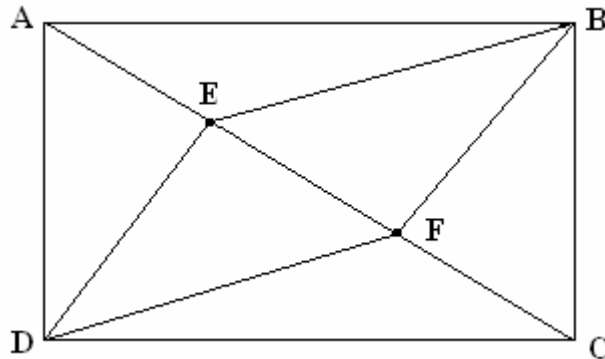


- Irene se dio un paseo por este circuito y salió convertida en el 17. ¿Qué itinerario siguió y qué número era al principio?
- Nuria y Olga entraron al circuito siendo el mismo número y decidieron no pasar por la casilla central. Cada una eligió un camino distinto. Si Olga salió convertida en el 83, ¿qué itinerario siguió Olga?, ¿qué itinerario siguió Nuria?, ¿qué número eran al principio?, ¿en qué número se convirtió Nuria?
- Explica por qué todo número que entra puede pasar por las flechas $\boxed{\div 2}$ siendo exacta la división.
- ¿Es posible ir por los caminos del borde y llegar al mismo número? Contesta de manera razonada.

2. RECTÁNGULO



Sea el rectángulo ABCD de la figura. Dividimos la diagonal AC en tres segmentos iguales mediante los puntos E y F. Unimos los puntos E y F con B y con D.



- Si haces el recorrido ABCFEDABCFEDA.... desplazándote por los segmentos trazados ¿en que punto acabarás tras pasar por 2008 letras?
- ¿Puedes hacer un recorrido que, empezando desde **A**, pase por todos los segmentos de esa figura una sola vez? ¿Hay otros puntos desde los cuales se puede hacer un recorrido que pase también por todos los segmentos una sola vez?
- ¿Por qué no se puede hacer un recorrido como los anteriores empezando desde **B**?

Y, para acabar este problema, uno de áreas:

- Si la base del rectángulo mide 12 m y la altura 9 m. ¿cuál es el área del triángulo BEF?

3. CUADRADOS MÁGICOS



Un cuadrado mágico es un cuadrado de números 3x3 de forma que la suma de los números de cada fila, de cada columna y de cada diagonal es la misma. Esta suma es “*la suma mágica*” del cuadrado.

| | | |
|---|---|---|
| X | X | X |
| X | X | X |
| X | X | X |

- a) Si las casillas de un cuadrado mágico están ocupadas por los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, ¿cuál es *la suma mágica* del cuadrado? ¿Qué número ocupa siempre la casilla central? ¿Por qué?
- b) En este caso, con esos números, muestra los cuadrados mágicos que se pueden construir.
- c) Construye un cuadrado mágico con los números 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 y 17. ¿Qué número ocupa la casilla central?
- d) Existe un cuadrado mágico formado por nueve números impares consecutivos entre los que aparecen siete números primos. ¿Cuáles son estos números? Escribe un cuadrado mágico formados por ellos.

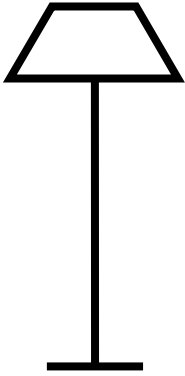
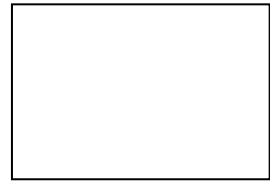
4. LOS TRES SOBRES



En una mesa hay tres sobres marcados con las letras A, B y C. Los tres contienen una cantidad (entera) diferente de euros, con la peculiaridad de que C es el que más euros tiene y A el que menos. **Ana, Beatriz y Carlos** son tres hermanos excelentes lógicos que examinan cada uno el sobre marcado con su inicial. Considera los siguientes casos y responde de manera razonada:

- a) Si el total de dinero en los tres sobres es **10 euros**, Ana mira el sobre A y dice "Ya sé cuánto hay en cada sobre". ¿Podrías deducirlo tú también?
- b) Si el total de dinero en los tres sobres es **11 euros**, Carlos mira el sobre C y dice: "Ya sé cuánto hay en cada sobre". A continuación Ana mira el sobre A y dice: "Ya sé cuánto hay en cada sobre", entonces Beatriz, sin mirar, asegura saber cuánto hay en su sobre. ¿Podrías decir tú cuánto hay en cada sobre?
- c) Si el total de dinero en los tres sobres es **13 euros**, Ana, después de mirar el contenido de su sobre, declara que no puede deducir el contenido de los otros sobres. Mira entonces Carlos el suyo y dice que él tampoco puede saberlo. Entonces, Beatriz examina el suyo y declara que tampoco ella puede deducirlo. ¿Cuánto dinero hay en el sobre B?
- d) Si el total de dinero en los tres sobres es **32 euros** y Ana mira su sobre en primer lugar, ¿puede averiguar el contenido de los otros dos sobres?

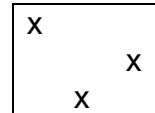
5. LÍO DE LÁMPARAS EN UNA HABITACIÓN



Estás en una habitación cuadrada en la que se pueden poner lámparas de pie como en el dibujo, y te dicen que las coloques junto a la pared, con la condición de que haya el mismo número de lámparas en cada una de las cuatro paredes de la habitación.

Para ello te permiten poner, como máximo, una lámpara en cada uno de los cuatro rincones de la habitación, y, en ese caso, la lámpara se cuenta como perteneciente a las dos paredes que forman ese rincón (no siempre es necesario poner lámparas en un rincón).

Por ejemplo, ésta es una forma correcta de colocar **3** lámparas (en cada pared hay una lámpara):



- Tienes **12** lámparas. ¿Cómo puedes colocarlas? Haz un dibujo que nos diga, de un vistazo, la solución.
- Ahora tienes **10** lámparas. ¿Cómo puedes colocarlas? Haz un dibujo que nos diga, de un vistazo, la solución.
- Resuelve el mismo problema para **11** y para **13** lámparas.
- Para un número cualquiera de lámparas, ¿podrías hacer unos dibujos que representen las diferentes soluciones del problema según el número de lámparas? ¿Cómo puedes hacerlo? ¿Cuántas habrá en cada pared?