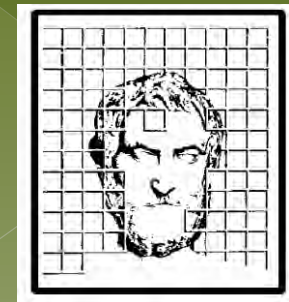
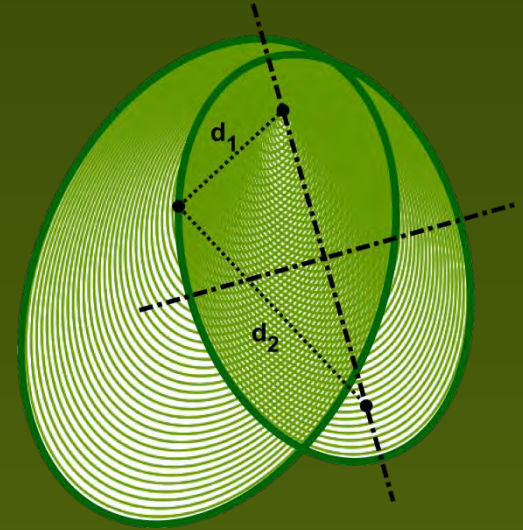
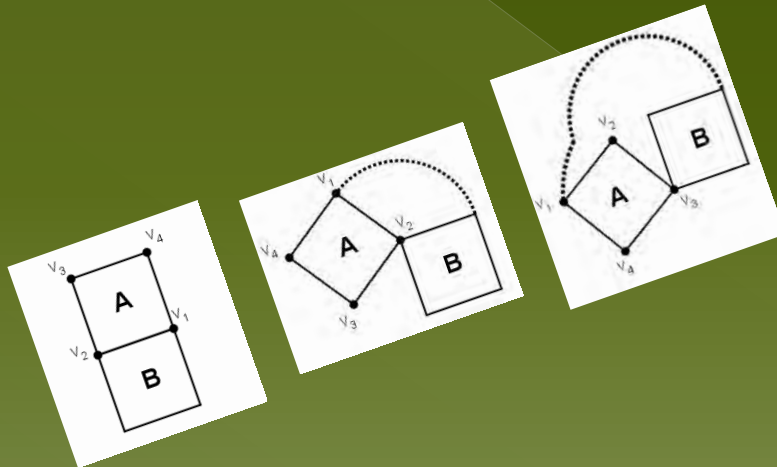


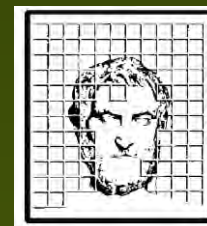
33 OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES

Un cuadrado pasado de vueltas (problema CASIO)



Fase Provincial 18 de Marzo 2017

Problema 4 (Problema CASIO) : Un cuadrado pasado de vueltas



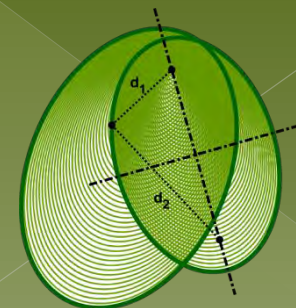
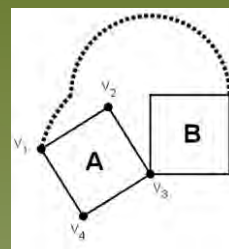
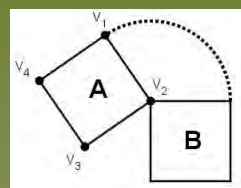
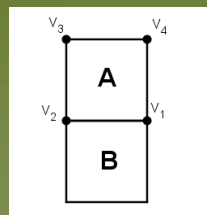
El señor Eucli Despistado ha diseñado el logo de su empresa, “*Elements Solutions*” de la siguiente manera:

Partiendo de dos cuadrados, A y B, de 3.2 centímetros de lado, que tienen un lado en común (como muestra la figura), gira el cuadrado A sobre el vértice V_2 en el sentido contrario a las agujas del reloj. Cuando vuelven a coincidir los lados, vuelve a girar el cuadrado en el mismo sentido, ésta vez sobre el vértice V_3 . Continúa el proceso hasta que el vértice V_1 regrese a su punto inicial.

El logo que ha obtenido es la figura que encierra la curva que describe el vértice V_1 del cuadrado A al girar.

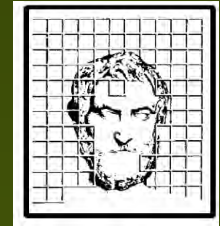
Realiza un dibujo del logo diseñado por Eucli y calcula la superficie del mismo.

Razona tus respuestas.

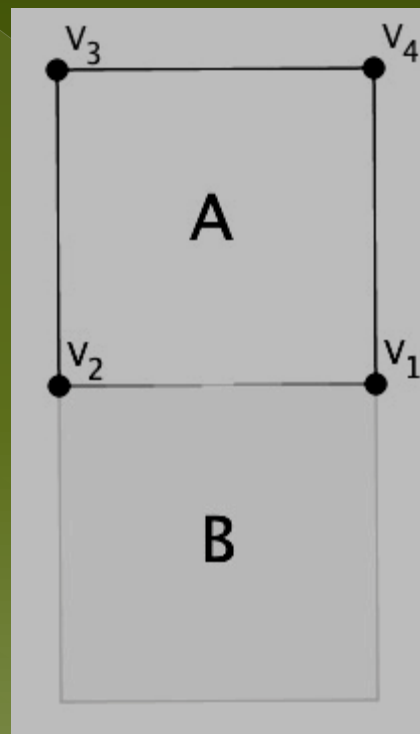


Solución

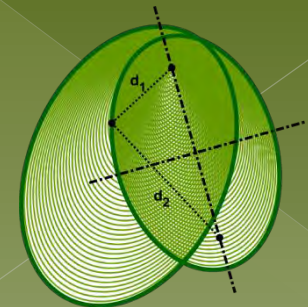
Solución



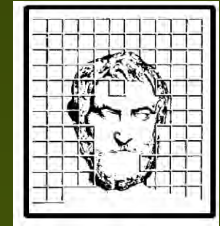
Parte 1. Trazado de la curva partiendo de la posición inicial.



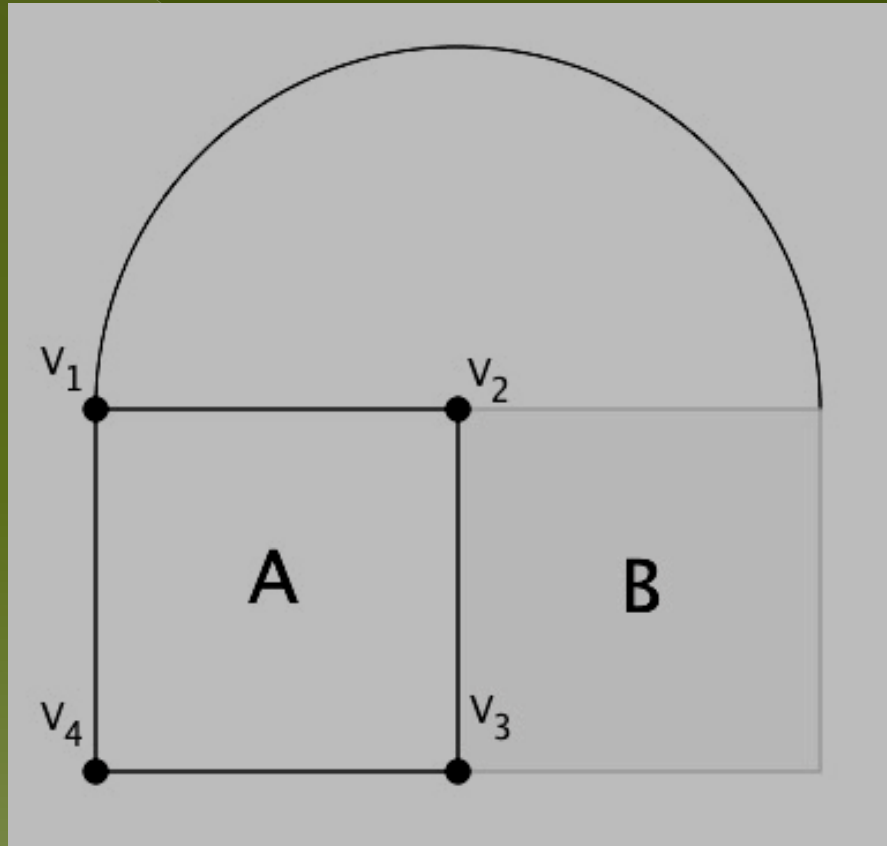
Enunciado



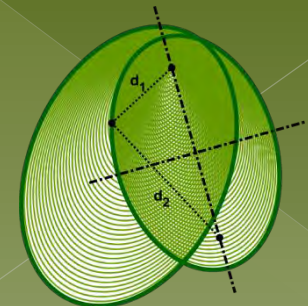
Solución



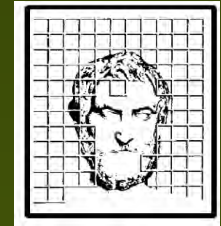
Primer Tramo: El punto V_1 describe una semicircunferencia de centro V_2 y radio el lado del cuadrado B.



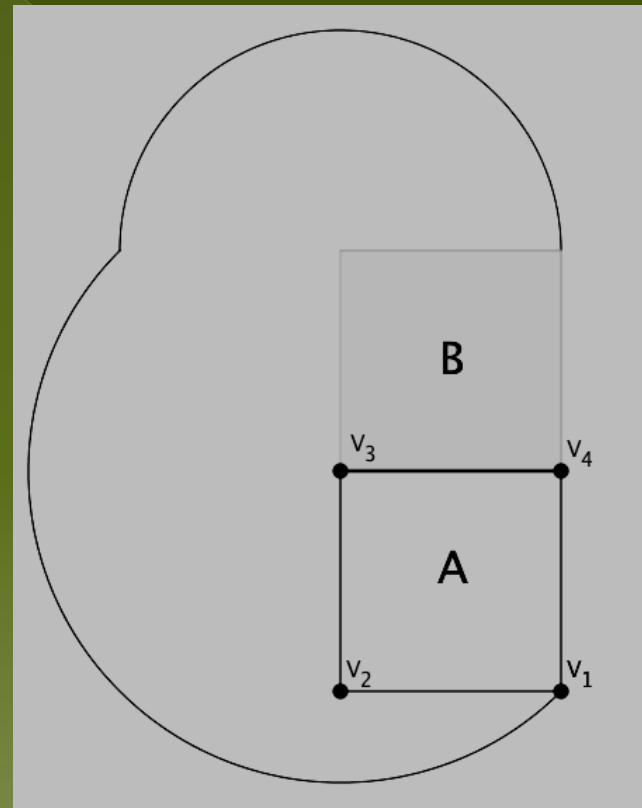
Enunciado



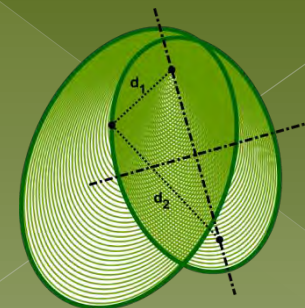
Solución



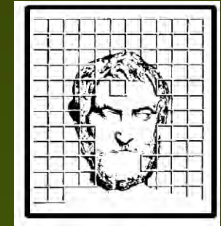
Segundo Tramo: El punto V_1 describe una semicircunferencia de centro V_3 y radio la diagonal del cuadrado B.



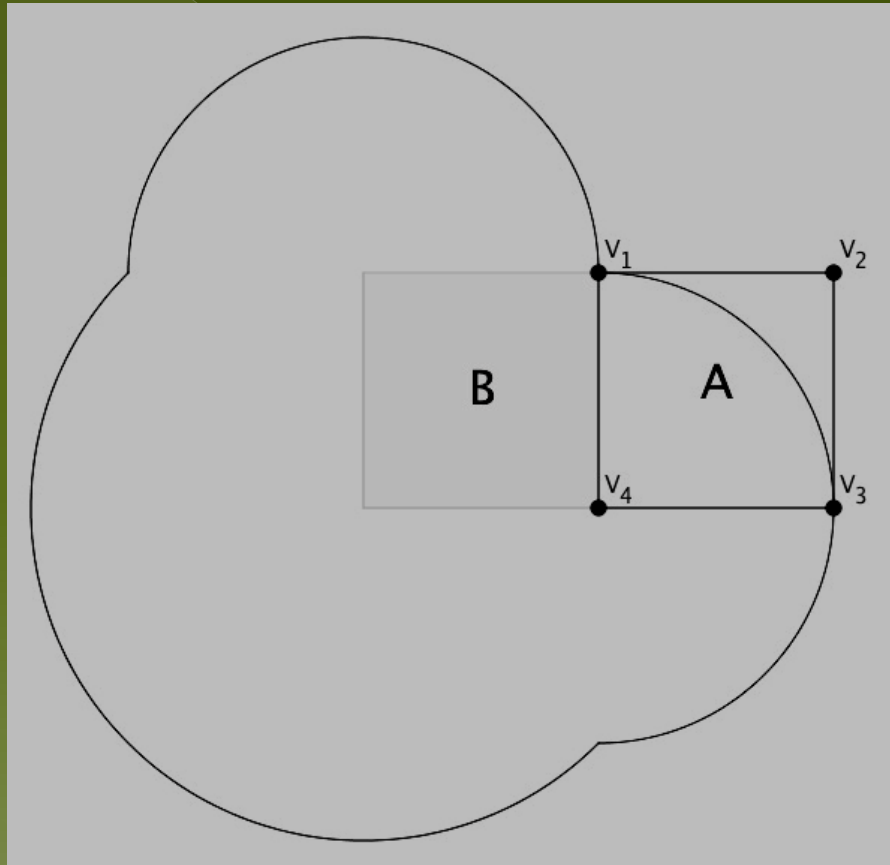
Enunciado



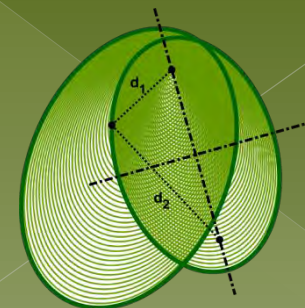
Solución



Tercer tramo: El punto V_1 describe una semicircunferencia de centro V_4 y radio el lado del cuadrado B.

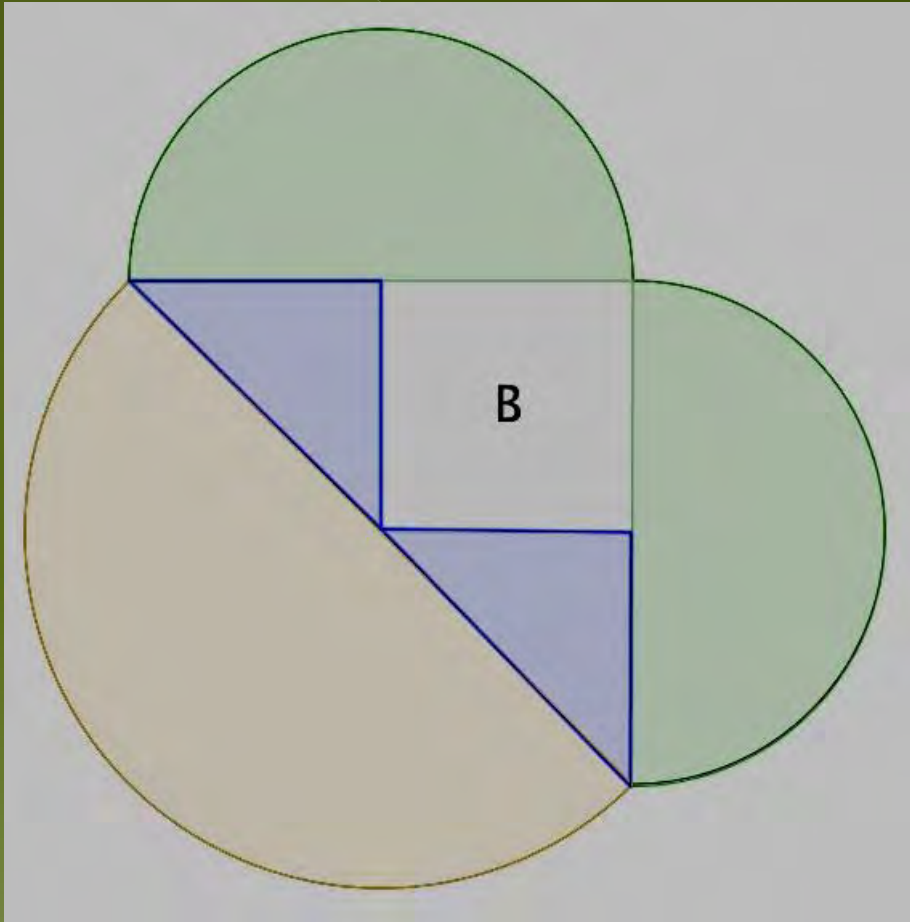
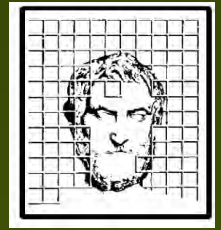


Enunciado



Solución

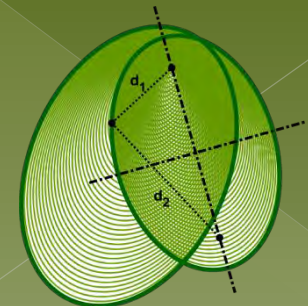
Parte 2: Cálculo del área.



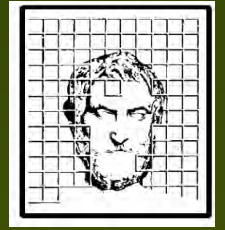
Se descompone la superficie de la figura del logo en otras, de las cuales se pueda calcular fácilmente su superficie.

- Una de ellas es el cuadrado B.
- En verde: Dos semicírculos de radio igual al lado del cuadrado B.
- En verde: Un semicírculo de radio igual a la diagonal del cuadrado B.
- En azul: Dos triángulos de base y altura iguales al lado del cuadrado B.

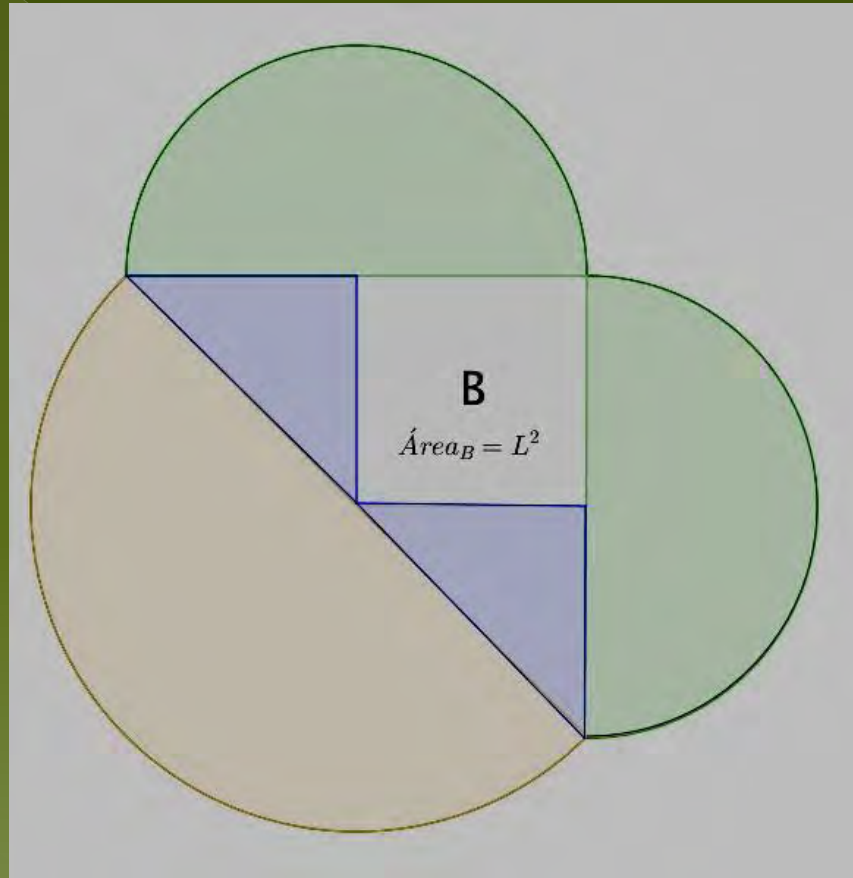
Enunciado



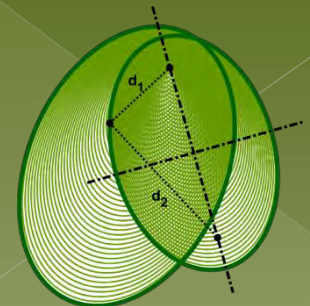
Solución



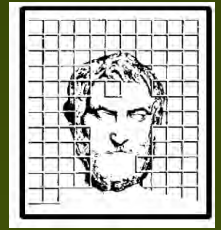
Cálculo del área del cuadrado B:



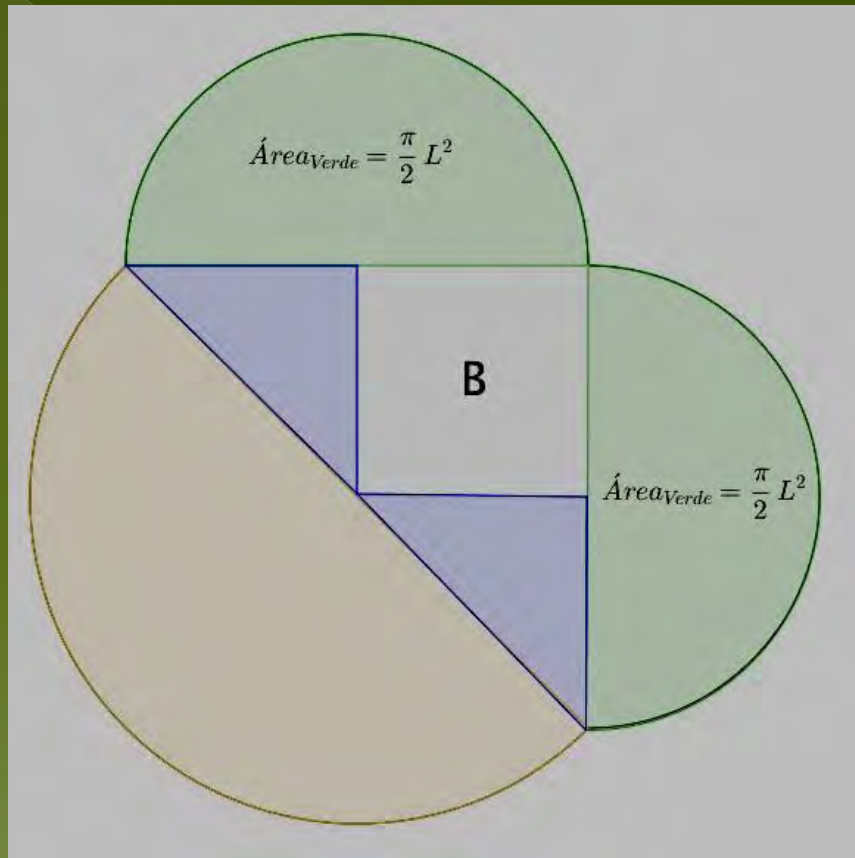
Enunciado



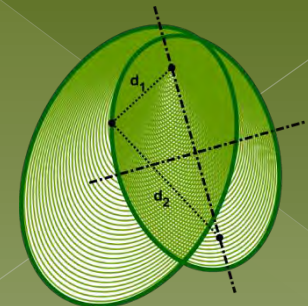
Solución



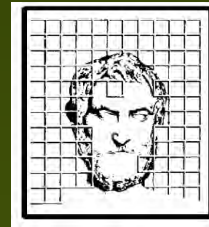
Cálculo del área de las regiones verdes:



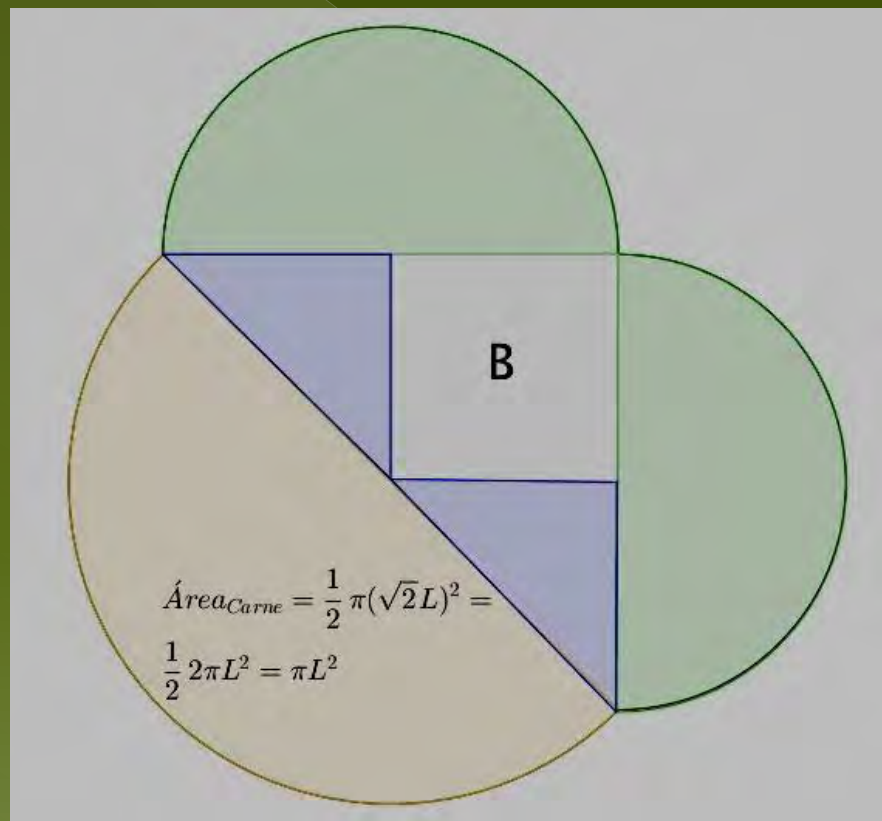
Enunciado



Solución



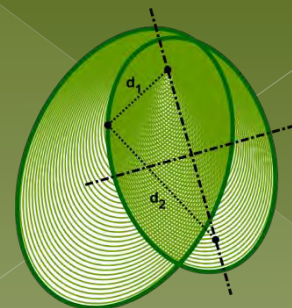
Cálculo del área de la región Carne:



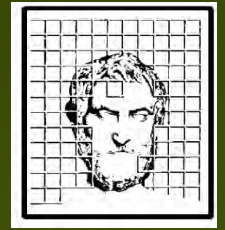
Radio semicirculo = diagonal cuadrado

$$\text{diagonal} = \sqrt{L^2 + L^2} = \sqrt{2L^2} = \sqrt{2}L$$

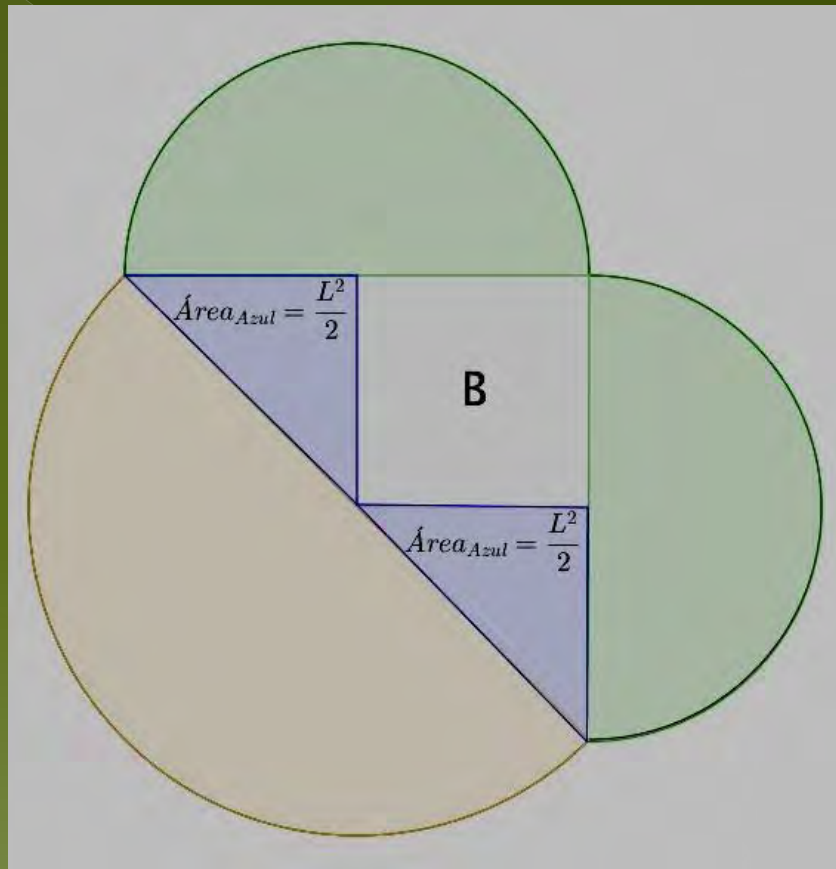
Enunciado



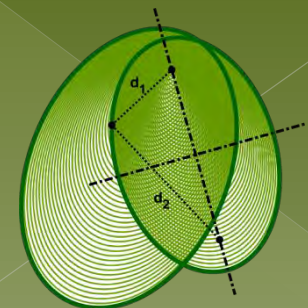
Solución



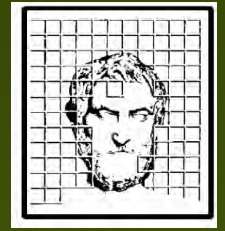
Cálculo del área de las regiones azules:



Enunciado



Solución



Cálculo del área total. Sumamos el área de todas las regiones en las que hemos descompuesto el logo.

$$\begin{aligned} \text{Área Total} &= \text{Área}_B + 2 \cdot \text{Área}_{\text{Azul}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{Verde}} + \text{Área}_{\text{Carne}} = L^2 + 2 \cdot \frac{L^2}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{2} L^2 + \pi L^2 = \\ &(2\pi + 2)L^2 = (2\pi + 2)(3.2)^2 \text{ cm}^2 \approx 84.8 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

*Hemos encontrado la solución, pero,
¿habrá más formas de conseguirla?*

Enunciado

