

### Problema n.º 3: LOS DADOS DE JULIA Y ANDRÉS

Los dados “estándar” (de parchís) tienen forma de cubo, la suma de cada dos caras opuestas es siempre la misma y están compuestos por los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6.



Andrés y Julia quieren construir dados “surrealistas” que cumplan las siguientes condiciones, tengan forma de cubo, las sumas de cada dos caras opuestas sean siempre la misma, que estén formados por seis números naturales distintos, teniendo que ser siempre el menor 3 y el mayor 13.

Siguiendo las instrucciones del dado surrealista, cada uno construye un dado diferente.

Cuando Andrés empieza a jugar con el dado construido por él comenta que lo ha lanzado tres veces y le han salido tres números con los que puede formar un triángulo rectángulo.

Julia lo intenta obtener también con el suyo y no lo consigue, pero observa que en los números elegidos por ella para sus caras solo hay uno que no es primo.

Construye **de forma razonada** los dados de Julia y Andrés.

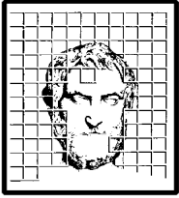
### Solución:

Para construir los dados “surrealistas” de Julia y Andrés vamos a ir analizando todas las condiciones que aparecen en el enunciado:

- El menor de esos números debe ser 3 y el mayor 13, por lo que el resto de los números naturales que estamos buscando están comprendidos entre ambos: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12
- La suma de dos caras opuestas debe ser siempre la misma. Vamos a ir buscando parejas que sumen lo mismo.

Empezamos probando con el 3:

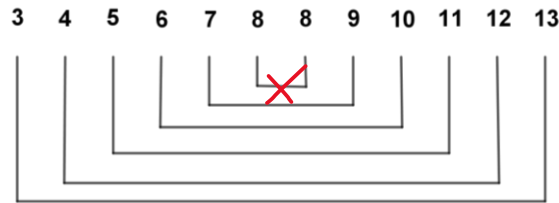
- Si sumamos 3 con un número menor de 10, por ejemplo  $3 + 9 = 12$ , sería imposible, ya que no podemos utilizar números negativos y al ser el 13 el número de mayor tamaño, no podríamos incluirlo
- Si sumamos  $3 + 10 = 13$ , tampoco podríamos incluir el 13, ya que no existe el 0. Lo mismo ocurre si sumamos  $3 + 11 = 14$  o  $3 + 12 = 15$ . No encontraríamos números para sumar al 13, ya que el menor de todos es el 3.
- Por lo tanto, tenemos que sumar el mayor con el menor:  $3 + 13 = 16$ , que es la suma que vamos a buscar. Es más fácil buscar las parejas de números si los emparejamos de la siguiente forma:



**XXXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES**  
**Fase Regional**  
**12 de mayo de 2022**



Número:



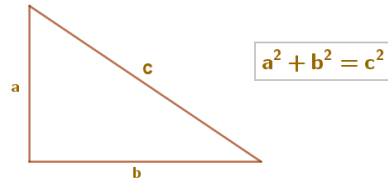
$$\begin{array}{ll}
 3 + 13 = 16 & 6 + 10 = 16 \\
 4 + 12 = 16 & 7 + 9 = 16 \\
 5 + 11 = 16 & 8 + 8 = 16 \rightarrow \text{NO es válido, ya que los} \\
 & \text{números no se pueden repetir}
 \end{array}$$

Por lo tanto, los números que pueden formar parte de los dados son:

$$3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13$$

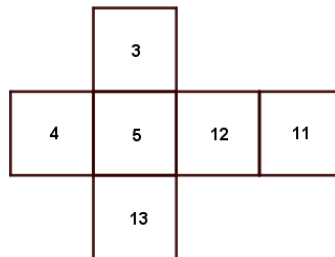
• **Dado de Andrés.** Al lanzar el dado tres veces, Andrés ha obtenido tres números con los que puede formar un triángulo rectángulo. Esto nos quiere decir que estamos buscando una “terna pitagórica”, o lo que es lo mismo, tres números que cumplan el teorema de Pitágoras:

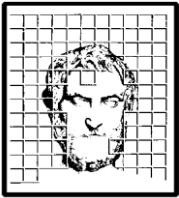
Tendíamos que ir probando con los números seleccionados:



$$\begin{array}{l}
 3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow 9 + 16 = 25 \checkmark \\
 3^2 + 5^2 \neq 6^2 \rightarrow 9 + 25 \neq 36 \\
 3^2 + 6^2 \neq 7^2 \rightarrow 9 + 36 \neq 49 \\
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

Al ir probando vemos que la única solución posible es 3, 4 y 5, por lo que el dado de Andrés está formado por las parejas: 3 – 13, 4 – 12 y 5 – 11, y como las caras opuestas deben sumar lo mismo, el desarrollo del dado de Andrés puede ser el siguiente:





**XXXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES**  
*Fase Regional*  
12 de mayo de 2022



*Número:*

• **Dado de Julia.** Con los números que ha seleccionado Julia, no puede formar un triángulo rectángulo como Andrés, pero observa que solo uno de ellos no es primo.

De los números que pueden formar parte de los dados marquemos aquellos que sean primos:

3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13

Por lo que ya tenemos dos parejas: 3 – 13 y 5 – 11 y la tercera debe ser 7 – 9, para que la suma también sea 16 (el 9 es el único número no primo del dado de Julia). El desarrollo del dado de Julia podría ser el siguiente:

