

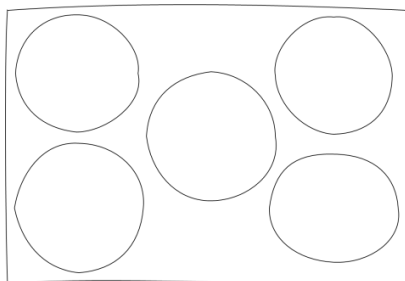
Problema n.º 2: VA DE PIZZAS (Problema CASIO)

Adolín y Renarín son dos hermanos que van a hornear unas pizzas para comer mientras ven su serie favorita, "Tormentas en Roshar".

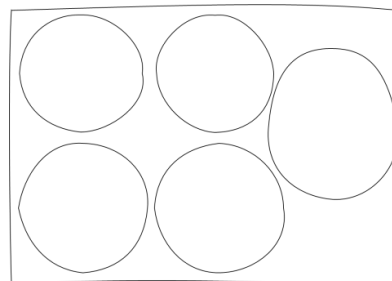
Han comprado un paquete en el que hay cinco pizzas de 7,5 cm de radio. La bandeja en la que hornearán las pizzas tiene unas dimensiones de 42x32 cm. Adolín y Renarín quieren hornear las pizzas de manera que no tengan que cortar las pizzas y de manera que una pizza no esté encima de otra (para que se cocinen correctamente).



Cada uno de ellos propone una forma de distribuir las pizzas, dibujando para ello un diagrama:



Propuesta de Adolín



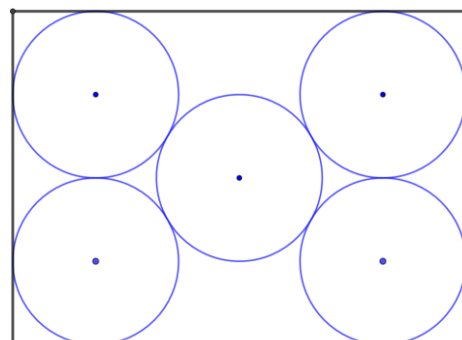
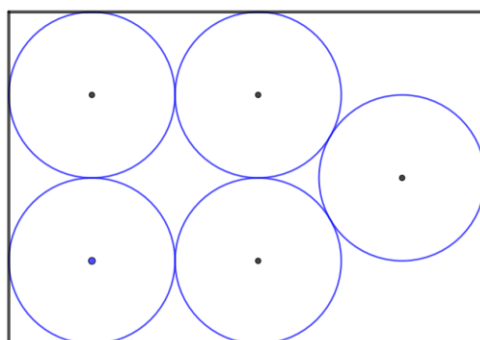
Propuesta de Renarín

Evidentemente, los diagramas están realizados a mano alzada y no están completamente seguros de que quepan las pizzas en la bandeja. Ayuda a ambos hermanos a descubrir si alguna de sus dos propuestas permite colocar las cinco pizzas con las condiciones anteriores.

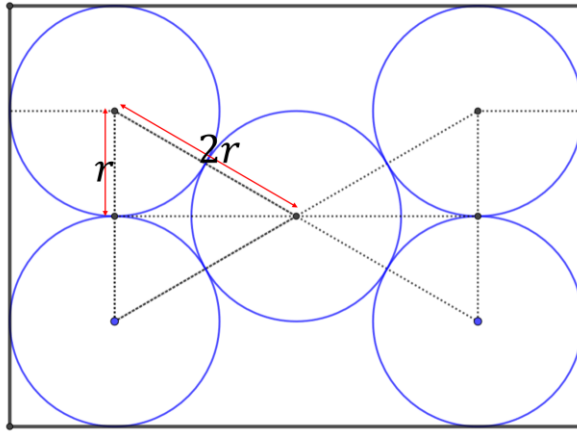
Razona tu respuesta.

Solución

Empezamos construyendo correctamente las propuestas de Adolín y Renarín. Como queremos maximizar el espacio las circunferencias serán tangentes:



Comenzamos estudiando la propuesta de Adolín



En la figura podemos ver que las dimensiones de la bandeja más pequeña que contiene las cinco pizzas son:

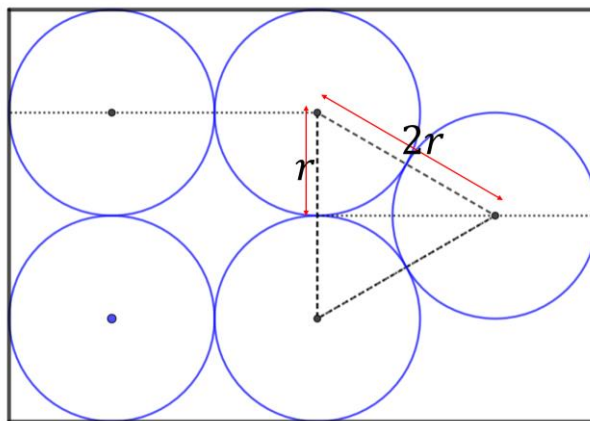
- Alto: Es igual a cuatro veces el radio, $4r$. Como $r = 7,5\text{cm}$, entonces el alto es $4 \cdot 7,5 = 30\text{ cm}$.
- Ancho: Es igual a dos veces el radio más dos veces la altura del triángulo equilátero de lado $2r$.
Calculémoslo utilizando el Teorema de Pitágoras:

$$r^2 + h^2 = (2r)^2 \Rightarrow r^2 + h^2 = 4r^2 \Rightarrow h^2 = 3r^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}r$$

Por lo tanto el radio es $2r + 2\sqrt{3}r = (2 + 2\sqrt{3})r = (2 + 2\sqrt{3}) \cdot 7,5 \approx 40,98\text{ cm}$

Así, como las dimensiones de la bandeja mínima son más pequeñas que las dimensiones de la bandeja que tienen los hermanos, **las pizzas sí cabrán usando la propuesta de Adolín.**

Estudiemos ahora la propuesta de Renarín:



En la figura podemos ver que las dimensiones de la bandeja más pequeña que contiene las cinco pizzas son:

- Alto: Es igual a cuatro veces el radio, $4r$. Como $r = 7,5\text{cm}$, entonces el alto es $4 \cdot 7,5 = 30\text{ cm}$.
- Ancho: Es igual a cuatro veces el radio más la altura del triángulo equilátero de lado $2r$. Esta altura ya la hemos calculado con la propuesta de Adolín, $h = \sqrt{3}r$.

Por lo tanto el radio es $4r + \sqrt{3}r = (4 + \sqrt{3})r = (4 + \sqrt{3}) \cdot 7,5 \approx 42,99\text{ cm}$

Así, como la anchura mínima es más grande que el ancho de la bandeja de la que disponen los dos hermanos, **no se pueden colocar usando la propuesta de Renarín.**

En resumen **podrán colocar las pizzas usando la propuesta de Adolín, pero no la de Renarín.**