XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES
Fase Regional
10 de mayo de 2024

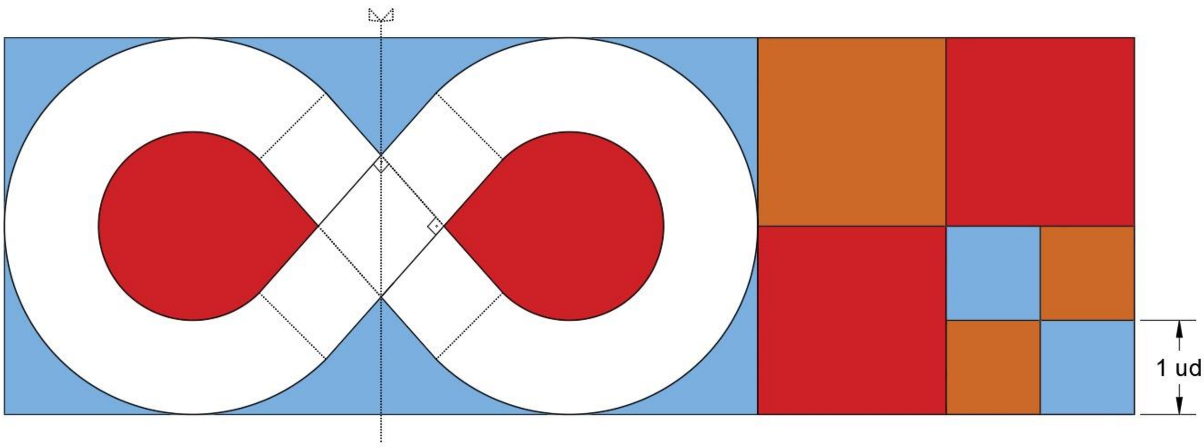
Problema n.º 5: *INFINITO*

El infinito es uno de los conceptos que más difícil de entender nos resulta, sobre todo por esa idea de ser inalcanzable.

Su representación más famosa es la que nos encontramos en la figura de abajo. Gráficamente podemos observar que se parece a una pista de carreras que podríamos recorrer eternamente. Y quizás ese es el concepto que quiere representar esta figura tan singular.

El problema que se plantea es hallar el área de la pista de carrera representada en blanco que conforma este infinito tan artístico.

Razona la respuesta.



Solución

1ª Forma de resolución

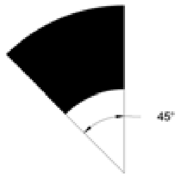
Una manera sencilla de plantear este problema es darse cuenta que el área que nos solicitan se compone de la suma de 3 áreas sencillas:

- El área de una corona circular compuesta por una circunferencia de radio 2 unidades y otra de radio 1 unidad (puesto que la figura completa está formada por dos medias coronas que forman la corona completa).

$$A_{corona\ cirecular} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(2^2 - 1^2) = 3\pi\ ud^2$$

- El área de media corona circular compuesta por 4 tramos de $\frac{1}{8}$ de corona completa de radio 2 unidades y de radio 1 unidad (puesto que el tramo $\frac{1}{8}$ se repite 4 veces).

$A_{media\ corona\ circular} = \frac{1}{8}(\pi R^2 - \pi r^2) \cdot 4 = \frac{1}{2}\pi(R^2 - r^2) = \frac{1}{2}\pi(2^2 - 1^2) =$
$= \frac{3}{2}\pi\ ud^2$



- Y dos veces el área de un rectángulo de dimensiones 3x1 unidades (puesto que tenemos que contar también el tramo que queda oculto por debajo).

$$A_{2\ rectángulos} = 2 \cdot (3 \cdot 1) = 6\ ud^2$$

Si sumamos las tres áreas obtenemos el área de la pista de carrera que conforma el infinito:

$$A_{infinito} = 3\pi + \frac{3}{2}\pi + 6 \cong 20{,}1371669 \ \cong \mathbf{20{,}14\ ud^2}$$

<u>2ª Forma de resolución</u>

También podríamos calcular el área de la pista de carrera que representa al infinito sumando dos áreas:

- La de dos trapecios circulares de 270° (el círculo completo menos un ángulo recto) cuyos radios son 2 y 1 unidades respectivamente.

$$A_{\ trapecio\ circular} = \frac{\pi(R^2 - r^2) \cdot n°}{360°} = \frac{\pi(2^2 - 1^2) \cdot 270°}{360°} = \frac{9\pi}{4}\ ud^2$$

- La de dos rectángulos de 3·1 unidades.

$$A_{rectángulo} = 3 \cdot 1 = 3\ \ ud^2$$

El área de la pista de carrera que conforma el infinito medirá:

$$A_{infinito} = 2 \cdot \frac{9\pi}{4} + 2 \cdot 3 = \frac{9\pi}{2} + 6 \cong 20{,}1371669 \ \cong \mathbf{20{,}14\ ud^2}$$