



XXXVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES
Fase Provincial
18 de marzo de 2023



Problema n.º4: MONEDAS



En una caja con muchas monedas de 1, 2 y 5 céntimos, Laura y Enrique toman un total 100 monedas cada uno.

Sabemos que Laura tiene el doble número de monedas de 2 céntimos que de 1 céntimo, y que Enrique tiene triple de monedas de dos céntimos que de un céntimo.

Si sabemos que Laura tiene un total de 3 euros, ¿sería posible que en sus 100 monedas pudiera tener al menos 8 monedas de un céntimo?

Sabemos que Enrique tiene el mismo número de monedas de 5 céntimos que Laura ¿podría tener exactamente 3 € entre sus 100 monedas?

Explica cómo has descubierto tus respuestas.

Resolución:

¿Podría tener Laura 8 monedas de un céntimo?

Si Laura tuviera 8 monedas de un céntimo.

- De 2 céntimos serían doble: $2 \cdot 8 = 16$ monedas
- De 5 céntimos sería: $100 - 8 - 16 = 76$ monedas
- Y por tanto:

$$8 \cdot 0,01 + 16 \cdot 0,02 + 76 \cdot 0,05 = 0,08 + 0,32 + 3,80 = 4,20€ \text{ se pasaría de los } 3€.$$

¿Podría tener Enrique 3 € si tuviese el triple de monedas de dos céntimos que de monedas de un céntimo?

Enrique no podría tener nunca el triple de monedas de dos céntimos que de un céntimo ya que por cada moneda que tenga de 1 céntimo tendría 7 céntimos ($1 + 3 \cdot 2 = 7$) y como 300 céntimos (3 €) es múltiplo de 5, el número de monedas de 1 céntimo tendría que ser múltiplo de 5 y observamos en la tabla siguiente lo que ocurre:

1 cent	2 cent	5 cent	Total euros
1	3	96	$1 + 3 \cdot 2 + 96 \cdot 5 = 487 \text{ cts} = 4,87 €$
5	15	80	$5 + 15 \cdot 2 + 80 \cdot 5 = 435 \text{ cts} = 4,35 €$
10	30	60	$10 + 30 \cdot 2 + 60 \cdot 5 = 370 \text{ cts} = 3,70 €$
15	45	40	$15 + 45 \cdot 2 + 40 \cdot 5 = 305 \text{ cts} = 3,05 €$
20	60	20	$20 + 60 \cdot 2 + 20 \cdot 5 = 240 \text{ cts} = 2,40 €$

¿Podría tener Laura al menos 8 monedas de un céntimo entre sus 100 monedas?

Si Laura tiene doble de monedas de dos céntimos que de un céntimo. Laura tendrá un total de 5 céntimos por cada moneda de un céntimo que tenga, porque tendría dos monedas de dos céntimos.

Hay muchas opciones para las monedas de Laura, pero analicemos los primeros casos:

1 cent	2 cent	5 cent	Total euros
1	2	97	$1 + 2 \cdot 2 + 97 \cdot 5 = 490 \text{ cts} = 4,90 \text{ €}$
2	4	94	$2 + 4 \cdot 2 + 94 \cdot 5 = 480 \text{ cts} = 4,80 \text{ €}$
3	6	91	$3 + 6 \cdot 2 + 91 \cdot 5 = 470 \text{ cts} = 4,70 \text{ €}$
4	8	88	$4 + 8 \cdot 2 + 88 \cdot 5 = 460 \text{ cts} = 4,60 \text{ €}$
5	10	85	$5 + 10 \cdot 2 + 85 \cdot 5 = 450 \text{ cts} = 4,50 \text{ €}$
....			
8	16	76	$8 + 16 \cdot 2 + 76 \cdot 5 = 420 \text{ cts} = 4,20 \text{ €}$
9	18	73	$9 + 18 \cdot 2 + 73 \cdot 5 = 410 \text{ cts} = 4,10 \text{ €}$
10	20	70	$10 + 20 \cdot 2 + 70 \cdot 5 = 400 \text{ cts} = 4 \text{ €}$
....			
20	40	40	$20 + 40 \cdot 2 + 40 \cdot 5 = 300 \text{ cts} = 3 \text{ €}$

Si analizamos la situación podemos ver que cada vez que aumentamos una moneda de 1 céntimo el total disminuye en 10 céntimos por lo que si con 10 monedas de 1 céntimo tenemos un total de 4€ podríamos deducir que para llegar a 3€ deberíamos tener 20 monedas de 1 céntimo.

Laura tendría 20 monedas de 1 céntimo, 40 de 2 céntimos y 40 de 5 céntimos

Otra forma de resolución es a través de una ecuación.

$$x = n^{\circ} \text{ monedas 1 céntimo}$$

$$2x = n^{\circ} \text{ monedas 2 céntimos}$$

$$100 - (x + 2x) = n^{\circ} \text{ monedas de 5 céntimos}$$

$$x + 2 \cdot 2x + 5(100 - 3x) = 300$$

$$x + 4x + 500 - 15x = 300$$

$$-10x = -200$$

$$x = 20 \text{ monedas de 1 céntimo}$$

En conclusión, la respuesta a la primera pregunta es sí, Laura podría tener:

20 monedas de 1 céntimo, 40 de 2 céntimos y 40 de 5 céntimos

¿Podrá tener Enrique exactamente 3 € con sus 100 monedas?

Ahora vemos la situación de Enrique.

Nos dice el problema que tiene las mismas monedas de 5 céntimos que Laura, por tanto tendría 40 monedas de 5 céntimos, es decir, que con estas monedas ya tendría 2 € y por tanto para el tercer euro tendría 60 monedas, que deben ser, para cumplir el enunciado, 15 de un céntimo y 45 de dos.

Veamos lo que sucedería:

Con las 15 monedas de un céntimo y las 45 de dos tendríamos un importe de 1,05 €

$$(15 \cdot 0,01 + 45 \cdot 0,02 = 0,015 + 0,90 = 1,05 \text{ €})$$

El total ahora sería de 3,05 € ($2 + 1,05 = 3,05 \text{ €}$) y no los 3 € que nos pide el problema.