



Problema n.º 4: EL JARDÍN RECTANGULAR

Un jardín rectangular tiene de dimensiones 10 por 15 metros. Se trazan tres caminos de igual anchura: uno rodea al jardín por el interior del rectángulo, mientras que los otros dos dividen el jardín en cuatro partes cultivables de la misma área.

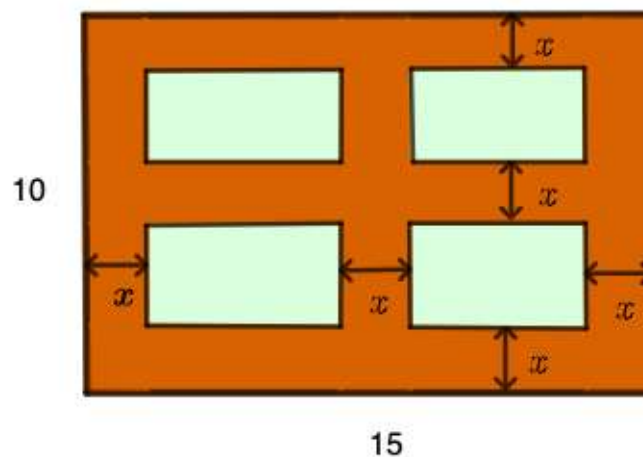


¿Cuál debe ser el ancho de los caminos, si se quiere tener una superficie cultivable de 84 m^2 ?

Razona tu respuesta.

Resolución

Comenzaremos representando el jardín rectangular con los tres caminos descritos en el enunciado. Para ello, denotaremos por " x " el ancho de dichos caminos, en metros, y consideraremos que la base del jardín es de 15 metros y su altura de 10 metros, sería análogo en caso contrario. De esta manera, tendremos la siguiente representación:



Podemos observar que para calcular la superficie cultivable podemos tomar como referencia el área del jardín completo, que será $15 \cdot 10 = 150 \text{ m}^2$, y le restaremos el área de los caminos, que se pueden dividir en los siguientes rectángulos:

- Tres rectángulos horizontales de base 15 metros y altura " x " metros, por tanto, el área de cada uno será: $15x \text{ m}^2$.
- Tres rectángulos verticales de base " x " metros y altura $10 - 3x$ metros (si unimos los dos rectángulos que quedan de cada vertical entre los rectángulos horizontales), por tanto, el área de cada uno será: $x(10 - 3x) \text{ m}^2$.



XXXVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES
Fase Regional
19 de mayo de 2023



Número:

Como el área de la superficie cultivable tiene que ser de 84 m², debemos igualar el área que resulta de quitarle al jardín completo el área de los caminos anteriormente descritos, obteniendo la siguiente ecuación:

$$150 - 3 \cdot 15x - 3 \cdot x(10 - 3x) = 84$$

Resolvemos la ecuación:

$$150 - 45x - 30x + 9x^2 = 84$$

$$9x^2 - 75x + 66 = 0$$

$$3x^2 - 25x + 22 = 0$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 3 \cdot 22}}{6} = \frac{25 \pm \sqrt{361}}{6} = \frac{25 \pm 19}{6}$$

De manera que obtenemos dos posibles soluciones:

- $x_1 = \frac{25+19}{6} = \frac{44}{6} = 7, \hat{3}$. Este resultado no tiene sentido con las dimensiones del rectángulo.
- $x_2 = \frac{25-19}{6} = \frac{6}{6} = 1$. Este resultado sí tiene sentido con las dimensiones del rectángulo.

Por tanto, **el ancho de los caminos debe ser de un metro.**