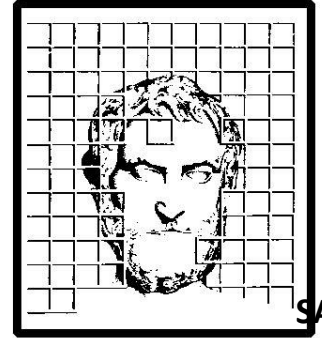


# X CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



Preparatorio para la LVI Edición de la  
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 18 de octubre de 2019

Facultad de Matemáticas y  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
  - \* No te olvides de poner, al dorso, tu nombre y apellidos y el nombre de tu Centro.
  - \* Los folios en blanco que te facilitamos son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
  - \* Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
  - \* Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
  - \* Cuando termines, entrega esta hoja con tus datos y las respuestas.

Prueba de 1º y 2º de BACH.

Apellidos..... Nombre.....

Centro.....

**RESPUESTAS**

	A	B	C	D	E
1	X				
2				X	
3					X
4					X
5				X	
6		X			
7					X
8	X				
9	X				
10					X
11			X		
12	X				
13		X			
14			X		
15	X				
16		X			
17		X			
18				X	
19					X
20	X				

1.- En un concurso cada participante tiene 10 puntos al principio y se le hacen 10 preguntas en total. Por cada respuesta correcta que dé se le agrega un punto y por cada respuesta incorrecta se le quita uno. Un participante obtuvo un total de 14 puntos; ¿cuántas respuestas incorrectas dio?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 7

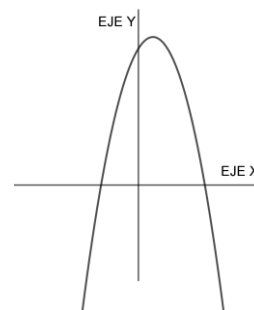
2.-  $\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$  es igual a:

- A)  $\frac{\sqrt{13}}{3}$                       B)  $\frac{3}{2}$                       C)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       D)  $\sqrt{2}$                       E)  $2\sqrt[4]{13}$

3.- La media de seis números reales distintos es 275, la media de los cuatro más pequeños es 200 y la media de los cuatro mayores es 340. La media de los dos centrales es:

- A) 225                      B) 235                      C) 1;                      D) 245                      E) 255

4.- La gráfica de la derecha corresponde a la parábola de ecuación  $y = ax^2 + bx + c$  cuyos vértice y puntos de intersección con los ejes están donde se observa en la figura.



Entonces:  $a, b$  y  $c$  verifican:

- A)  $a > 0; b > 0; c > 0$                       B)  $a > 0; b < 0; c > 0$   
 C)  $a < 0; b > 0; c < 0$                       D)  $a > 0; b < 0; c < 0$   
 E)  $a < 0; b > 0; c > 0$

5.- ¿Cuál es el número real positivo  $x$  que resuelve la ecuación:  $2 \log x = \log(192) + \log\left(\frac{3}{4}\right)$  ?

- A) 9                      B) 10                      C) 11                      D) 12                      E) Hay más de uno.

6.- La gráfica de la función  $y = \frac{2x-3}{x-6}$  pasa por dos puntos que son simétricos respecto del origen de coordenadas. ¿Cuánto vale la distancia entre ellos?

- A) 6                      B)  $2\sqrt{10}$                       C) 4                      D)  $\sqrt{35}$                       E) Ninguno de los anteriores

7.- La suma:  $\arctg\left(\frac{1}{10}\right) + \arctg\left(\frac{1}{17}\right)$ , es igual a:

- A)  $\pi$                       B)  $\arctg\left(\frac{1}{3}\right)$                       C)  $\frac{\pi}{2}$                       D)  $\arctg\left(\frac{1}{7}\right)$                       E)  $\arctg\left(\frac{27}{169}\right)$

8.- Se lanza un dado cuatro veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan cuatro números distintos?

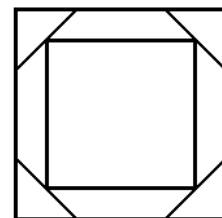
- A)  $\frac{5}{18}$                       B)  $\frac{1}{54}$                       C)  $\frac{5}{108}$                       D)  $\frac{1}{144}$                       E)  $\frac{4}{216}$

9.- ¿Cuál es el valor mínimo de la función  $f(x) = (x - 5)^3 \cdot (x - 1)$ ?

- A) -27                      B) -8                      C)  $-\frac{75}{8}$                       D) -3                      E) 0

10.- A la derecha vemos dos cuadrados y un octógono regular que están inscritos unos en otros, como se indica en la figura. Si el área del cuadrado grande es  $48 \text{ cm}^2$ , el área del pequeño, en  $\text{cm}^2$  es:

- A) 40                      B) 36                      C) 32                      D) 28                      E) 24



11.- Cuántos números entre 1 y 1000 hay que no sean divisibles entre 2, 3 ni 5?

- A) 84                      B) 146                      C) **266**                      D) 124                      E) 212

12.- Si  $f$  es la función dada por  $f(x) = x^2 + \sqrt{x^4 + 1} + \frac{1}{x^2 - \sqrt{x^4 + 1}}$  ¿Cuál es el valor de  $f(2019)$ ?

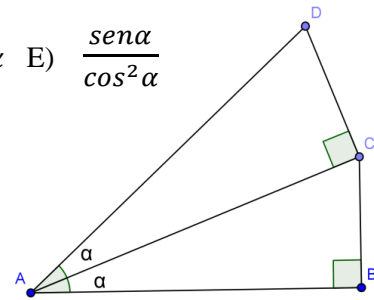
- A) **0**                      B)  $2019^2$                       C)  $4 \cdot 2019^2$                       D)  $2019^4$                       E) Ninguno de los anteriores

13.- Si  $x, y, z$  son números reales positivos que verifican  $x + \frac{1}{y} = 4$ ,  $y + \frac{1}{z} = 1$ ,  $z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$ , entonces el producto  $xyz$  de los tres números es igual a:

- A) 32                      **B) 1**                      C) 34                      D) 2                      E) 37

14.- En la figura de la derecha AB tiene longitud 1, los ángulos en B y C son rectos y los ángulos BAC y CAD son iguales ¿Cuál es la longitud del segmento AD?

- A)  $\cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha$                       B)  $\cos(2\alpha)$                       C)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$                       D)  $\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha$                       E)  $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos^2 \alpha}$



15.- Para cada número entero de cuatro cifras (entre 1000 y 9999), hacemos la siguiente operación: al número obtenido al ordenar las cifras de mayor a menor le restamos el número obtenido al ordenar las cifras de menor a mayor. ¿Cuántos números distintos se obtienen de esta forma?

- A) **55**                      B) 100                      C) 81                      D) 45                      E) 50

16.- Se toman 12 puntos en el plano situados en los vértices de un dodecágono regular. ¿De cuántas formas pueden recolocarse estos puntos en las mismas posiciones de manera que se preserven las distancias entre ellos?

- A) 1                      **B) 24**                      C) 12                      D)  $12!$                       E) 132

17.- El perímetro de un triángulo equilátero coincide numéricamente con el área de su círculo circunscrito. ¿Cuánto mide el radio del círculo?

- A)  $3 \frac{\sqrt{2}}{\pi}$                       **B)  $3 \frac{\sqrt{3}}{\pi}$**                       C)  $\sqrt{3}$                       D)  $\frac{6}{\pi}$                       E)  $\pi\sqrt{35}$

18.- La función  $f: R \rightarrow R$  verifica las tres condiciones siguientes:  $f(x) \geq 0$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(x + y) = f(x)f(y)$ . ¿Cuál es el valor de  $f(1/2)$ ?

- A) 0                      B)  $1/2$                       C) 1                      **D)  $\sqrt{2}$**                       E) 4

19.- En una clase de 25 estudiantes, el número de chicas inmigrantes excede en 6 al número de chicos inmigrantes. Si elegimos dos estudiantes al azar, la probabilidad de obtener un chico y una chica inmigrantes es  $4/75$ . ¿Cuántos estudiantes de la clase son inmigrantes?

- A) 14                      B) 13                      C) 12                      D) 11                      **E) 10**

20.- Un año es *Año Santo Compostelano* si el 25 de julio cae en domingo. ¿Cuántos años podrán pasar, como mínimo, entre dos *Años Santos Compostelanos* consecutivos?

- A) **5**                      B) 6                      C) 7                      D) 11                      E) 12