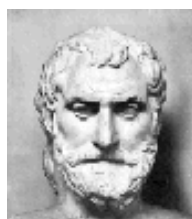


XX CONCURSO "FOTOGRAFÍA Y MATEMÁTICAS" XIII CONCURSO "IMÁGENES MATEMÁTICAS"



SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA "THALES". SEVILLA

"Un científico merecedor de tal nombre, sobre todo un matemático, experimenta en su trabajo la misma impresión que un artista; su placer es tan grande y de la misma naturaleza."

Henri Poincaré (1854-1912)

Matemático y filósofo de la ciencia francés

INTRODUCCIÓN

Los medios tecnológicos de los que hoy disponemos nos permiten captar cualquier imagen que nos atraiga o nos impacte e inmediatamente compartirla con quien deseemos. Esto ha llevado a que miremos con ojos distintos el mundo que nos rodea para captar lo que puede ser interesante o llamativo para nosotros mismos o nuestros conocidos. Algo parecido queremos conseguir con esta exposición y las imágenes que recoge: acostumbrarnos a mirar nuestro entorno y observar las matemáticas que nos rodean.

Pocas personas pueden dudar de que vivimos en la época de la imagen. Con ella se nos educa, informa, atrae, manipula, etc. Hoy día estamos más habituados a la proliferación de mensajes a través de imágenes que de textos. Por eso, una actividad como la que os presentamos es realmente de lo más actual.

Una frase muy célebre indica que "vale más una imagen que mil palabras", por lo que la exposición que vais a visitar puede considerarse como equivalente a una enciclopedia de las matemáticas. Porque las imágenes también ayudan a aprender matemáticas y a descubrirlas a nuestro alrededor.

En esta exposición vais a encontrar imágenes muy cotidianas, que podéis ver al pasear por la ciudad o al hojear cualquier revista o diario y donde hay referencias matemáticas. Algunas son montajes realizados, a veces con mucho arte y humor por sus autores, para expresar un elemento matemático que queda reflejado en el título de la foto o lema que le acompaña.

Para los que no hayáis visto anteriormente esta exposición sólo comentaros que vais a encontrar una serie de imágenes muy corrientes, acompañadas de una pequeña frase con contenido matemático, que hace alusión a algo de lo que aparece en la imagen y que se referirá a conceptos que habréis trabajado en clase. Quizás alguna no las comprendáis todavía porque ese tema aún no lo hayáis estudiado, pero siempre podréis disfrutar visualmente de la imagen que encontraréis.

Los autores se han esforzado por plasmar sus ideas y veréis cómo conceptos que inicialmente pueden parecer muy abstractos o difíciles de imaginar como los polinomios, la raíz cuadrada o las integrales, también pueden ser presentados de una forma visual y atractiva.

Estamos seguros de que si os lo proponéis, también vosotros podéis hacer una fotografía o recortarla de las que se encuentran en periódicos o revistas o incluso hacer un montaje tomando trozos de imágenes y después, lo que quizás sea más complicado, darle un título matemático. Si es así el año próximo podéis ver vuestro trabajo colocado en la exposición, tal vez después de haber ganado un premio, por lo que os animamos a ver estos paneles con atención, a responder a las preguntas que os señale vuestro profesor y a pensar en participar el año próximo en el concurso. ¡Ánimo!

Para ayudaros a entender mejor las fotos e imágenes, y que podáis trabajar en clase con ellas, hemos elaborado este cuaderno de actividades, deseando que le saquéis el mayor rendimiento y disfrutéis con las matemáticas.

ACTIVIDADES

En estos días podéis ver las fotos e imágenes que componen la exposición sobre el XX Concurso Provincial de "Fotografía y Matemáticas" y el XIII Concurso Provincial de "Imágenes Matemáticas", organizados por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales" de Sevilla. Cada foto o imagen está acompañada de un lema o frase donde aparece algún concepto matemático, al mismo tiempo que hace referencia a lo reflejado en la fotografía. Como veis, las fotografías del concurso se complementan con fotos sacadas de periódicos y revistas, con dibujos o montajes que demuestran que aunque no se tengan conocimientos fotográficos, también se pueden relacionar, si se quiere, imágenes y matemáticas.

Ahora vais a visitar la exposición y después tendréis que contestar individualmente a las siguientes cuestiones, que hemos agrupado en distintos bloques temáticos.

Generales

- Elige las tres fotografías o imágenes de la exposición que más te gusten y explica la razón de tu elección.
- Elige ahora las dos que menos te gusten e indica los motivos de ello.
- Escoge dos imágenes o fotografías, escribe sus lemas e invéntate otros distintos que tengan contenido matemático. Explica la relación de los lemas que has puesto con las imágenes o fotografías que has elegido.
- Elige alguna foto que creas que puede presentar dos conceptos distintos e indica cuáles serían a través de los títulos que te inventes.
- Si te fijas con cuidado en los títulos de las fotos e imágenes, encontrarás algunas en las que la frase que acompaña no es correcta, bien porque tenga algún fallo matemático, o porque el concepto matemático del que habla no aparece exactamente en la foto. Intenta encontrar alguna foto o imagen con esa cualidad, si la encuentras indica cuál es y por qué es incorrecto el lema que le acompaña.

Números y medida

- Repasa la exposición y haz una lista de los tipos de números distintos que aparecen (naturales, enteros,...) indicando en qué foto o imagen aparecen.
- En la imagen "Del 0 al cielo" figuran muchos números distintos. Agrúpalos en racionales e irracionales.
- ¿Todos los elementos que aparecen en la imagen anterior son números reales? Razona la respuesta.
- En la imagen "Pie matemático" aparecen dos números muy especiales. Indica cuáles son y cuál es su valor aproximado. Busca otra imagen en la que aparezca alguno de ellos.
- En la fotografía "¿Quién mide el tiempo? El sol en movimiento" aparece un reloj de sol. Sin embargo en la imagen no aparecen todas las horas posibles del día, ¿qué horas son las que faltan?, ¿por qué crees que no están?
- Existe una imagen con el título "12+1". ¿Por qué crees que la fotografía se llama así?
- Sabes que el resultado de esa operación es rechazado por bastantes personas, ¿por qué? ¿Con qué día se suele relacionar este número? ¿Ocurre igual en el mundo anglosajón?
- La razón por la que ese número no es aceptado no es igual en todos los países. Hay países en donde es rechazado otro número distinto. Busca información sobre esos números.
- Existe un lema que dice "De mayor a menor olor", ¿qué significa ordenar de mayor a menor?
- En la imagen anterior, ¿qué regla se ha usado para ordenar las figuras que aparecen?
- Busca todas las fracciones que aparezcan en la exposición y escríbelas ordenadas de menor a mayor.
- Todas las fracciones tienen asociado un desarrollo decimal que puede ser de distinto tipo. Indica los tipos que son y qué los caracteriza.
- Es posible saber qué desarrollo decimal lleva asociada una fracción sin necesidad de efectuar la división, ¿cómo? ¿Qué expresión decimal lleva asociada la fracción $1/13$ que aparece en la exposición?
- Tenemos una imagen con el título "¿Que sería 0,5?". ¿Cómo se representa ese concepto? Cada quesito de los que aparecen en la imagen son una fracción del total, ¿qué fracción correspondería?
- Uno de los lemas lleva la expresión " $6 \times 3 + 2 \times 3 = 24$ ", ¿de dónde proviene el lema?, ¿qué elementos representan a los números?
- En la operación anterior deberíamos hacer dos productos y después una suma. Si se aplica una propiedad de las operaciones de números podríamos escribirla como una expresión equivalente en la que sólo tuviéramos que hacer un producto y una suma. ¿Cómo podríamos hacerlo? ¿Qué propiedad nos permite esa simplificación?
- En la imagen "Horas matemáticas" aparecen varias operaciones. Cópialas en tu cuaderno y resuélvelas. Ten cuidado porque la división está escrita en el modo anglosajón.

- La potencia de un número es una de las cuatro operaciones básicas repetida varias veces. Escribe la definición de potencia.
- En la imagen "Potencias de 3", ¿qué representan las potencias que aparecen?
- Una potencia anterior a las que aparecen sería 3^1 . ¿Cómo representaríamos esa potencia para añadir una figura a la imagen?
- Todavía hay una potencia más básica que consiste en elevar a cero. ¿En qué fotografía aparece esa potencia?
- ¿Cuánto vale cualquier número elevado a cero? ¿Eso es cierto para todos los números que conoces?
- En la fotografía de título " π " aparece representado ese valor por una de las agujas del reloj, ¿cuál estaría más cerca del valor exacto de π ?
- Una de las imágenes lleva por lema "Regla de tres". Indica qué es la regla de tres y cuándo se aplica. Invéntate un enunciado de un ejercicio que haya que resolver mediante una regla de tres y después resuélvelo.

Funciones y gráficas.

- Tenemos un lema en la exposición llamado "Cuadrícula en escuadra". Define lo que es una cuadrícula.
- Cuando trabajamos con funciones, ¿para qué utilizamos una cuadrícula?
- Existe una foto con el título de "Curvas". ¿Qué se entiende en matemáticas como curva?
- ¿Qué tipo de superficies están representadas en la imagen anterior? ¿Corresponde a lo que has señalado antes como curva?
- En la foto "Curva al cuadrado" ¿qué dos conceptos se están relacionando? Aparecen dos curvas, ¿qué relación tienen entre sí?
- Tenemos la imagen "Función seno fluvial". Escribe la definición de lo que es una función matemática.
- Indica cuál es la función seno. ¿Está bien representada en la imagen anterior? ¿Qué características tiene la función seno?
- Un concepto muy relacionado con el análisis es el del infinito. Busca alguna imagen donde se refleje ese concepto e indica cómo lo hace.
- Escribe una función que tienda al infinito cuando la variable se acerque a -2.
- En el ejemplo anterior hemos utilizado un concepto muy importante del análisis, los límites. Busca la fotografía que representa este concepto en la exposición e indica cómo lo hace.
- Define qué es lo que se entiende por límite de una función.
- En la exposición hay varias referencias a otro de los elementos fundamentales del cálculo, las integrales. Las integrales pueden ser indefinidas, por ejemplo la que aparece en la imagen "Una integral muy integrada". Calcula la integral que aparece en la imagen.
- Hay varios métodos de integración. Uno de ellos va en el lema de una de las imágenes, encuentra y copia el lema que te indicamos.
- ¿Es correcto el título anterior? Escribe la fórmula asociada a ese método de integración.
- ¿Qué representan las integrales definidas?

- En la exposición aparece una imagen de título " $\int_0^{17} f(\text{puente})$ ". Si suponemos que $f(\text{puente})$ es una función, ¿qué elemento falta necesariamente en esa integral?
- ¿Son correctos los límites de integración en la integral anterior?

Geometría

- Haz un vocabulario con todas las palabras (al menos diez) que encuentres relacionadas con la Geometría e indica su significado.
- Uno de los aspectos geométricos que aparecen en la exposición son los ángulos. Indica qué tipos de ángulos conoces. Busca representaciones de esos tipos, por ejemplo en la imagen de título "Obtuso".
- Tenemos una imagen con el título "Ruinas de 90°", ¿qué representa?
- ¿Cómo se llaman los ángulos de 90°, ¿y dos ángulos cuya suma sean precisamente 90°?
- En otra imagen llamada "Semicírculos plegables contra el calor", aparece una figura que semeja un ángulo, ¿cuántos grados mediría ese ángulo?, ¿cómo se llama?, ¿qué nombre reciben dos ángulos cuya suma valga ese valor?
- Existe otra imagen con el título "Segmento angular", ¿qué representa?, ¿existe realmente ese concepto en matemáticas? ¿Crees que el lema de esa imagen debería ser de otra forma? En caso afirmativo, ¿cuál le pondrías tú?
- En la imagen "Media circunferencia", la imagen que aparece está dividida en dos partes iguales. ¿Qué ángulo le corresponde a cada parte?, ¿qué nombre geométrico recibirían esas dos partes?
- En el plano dos rectas pueden ser paralelas. Busca fotos e imágenes donde aparezcan líneas paralelas y escribe sus títulos.
- Cuando dos rectas en el plano no son paralelas, ¿qué nombre reciben? Busca imágenes en donde podamos encontrar ese tipo de rectas y escribe su título y como se representa el concepto.
- Un caso particular de las líneas anteriores son aquellas que forman entre sí un ángulo de 90°, ¿qué nombre reciben esas rectas? Busca lugares de la exposición donde puedas encontrar ese concepto y escribe los títulos de las imágenes.
- En la exposición existen polígonos de distinto número de lados. Haz una lista de los que encuentres, junto con el lema de su foto, clasificándolos según el número de lados. ¿Cuál es el polígono con mayor número de lados que has encontrado?
- Uno de los polígonos del grupo anterior es el trapecio. Define qué es un trapecio e indica las características que lo diferencian de otros cuadriláteros.
- En concreto, en la imagen "Bisagra de trapecios" aparecen distintos trapecios, ¿de qué tipo son? ¿Qué otros tipos de trapecios conoces?
- En la imagen "Cuadrados triangulares" aparece un cuadrado con una línea dentro. Si esa línea llegase hasta los vértices, ¿cómo se llamaría? En ese caso, ¿qué característica tendría la línea?
- ¿Qué tipos de polígonos aparecen en la imagen "Estrella pitagórica"? ¿Cuánto valdría el ángulo interior de ese polígono?
- Una foto lleva el título de "Tejados equiláteros", ¿crees que los que aparecen en la imagen son realmente elementos equiláteros?, ¿piensas en algún otro lema que fuese más indicado para esa imagen?

- Entre las figuras planas es posible encontrar también circunferencias. Define qué es una circunferencia. Busca alguna imagen o foto donde aparezcan esos elementos y escribe su lema.
- ¿Qué nombre recibe la mitad de una circunferencia?, ¿cómo está representado ese concepto en la exposición?
- Hay otras líneas relacionadas con la circunferencia como por ejemplo radio. Busca una imagen en la que aparezca ese concepto. Escribe su definición y la de cualquier otro elemento lineal que recuerdes relacionado con la circunferencia.
- Hay otro concepto relacionado con los círculos y otras figuras planas. En concreto, tenemos la imagen de título “Centro animal de círculos concéntricos”. Define qué son círculos concéntricos. ¿Puedes encontrar en la exposición polígonos que sean concéntricos? Si no puedes, dibuja dos triángulos que sean concéntricos.
- A veces, cuando una línea curva no se cierra en si misma se produce una espiral. Tenemos una referencia a ella en la imagen “Espiral sin descanso”. Define lo que es una espiral.
- En el caso anterior, ¿tenemos realmente una espiral? Busca su definición. En caso afirmativo indica de qué tipo.
- Busca en otros lugares de la exposición este elemento.
- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana podemos encontrar espirales?
- Existe varias imágenes en las que aparece el concepto de simetría. Define lo que entendemos en matemáticas por simetría.
- ¿Qué es un eje de simetría? En las fotos donde aparecen elementos simétricos indica en qué lugar estaría el eje de simetría.
- La simetría es muy frecuente a nuestro alrededor. ¿Puedes encontrar otros ejemplos de simetría?
- Algunos de los polígonos que encontraste en preguntas anteriores tienen eje de simetría. Representalos en tu hoja de respuestas y dibuja sus ejes.
- En la imagen “Simetría del conejo” aparece uno de los ejemplos anteriores. ¿Qué tipo de simetría es?, ¿qué otros tipos de simetría hay?
- A veces la simetría sirve para hacer bonitas construcciones, como pasa en la imagen “Simetría decorativa”. Dibuja aproximadamente cuál es el patrón base que se repite por simetría para formar la fotografía.
- La simetría es un movimiento en el plano. ¿Qué otros movimientos en el plano conoces?
- Otro concepto geométrico muy corriente es el de semejanza. Explica qué entiendes por semejanza de dos objetos.
- Hay una fotografía con el título de “Triángulos semejantes”. Sobre esa imagen explica cómo se encuentra y en dónde la semejanza.
- Otro concepto que se recoge varias veces en la exposición es el de tangencia. Por ejemplo, en la imagen “Tangentes que unen”. Haz una definición de lo que son elementos tangentes e indica cómo se reflejan en la imagen.
- Cuando tenemos un par de circunferencias, la posición relativa de ellas puede ser de varios tipos, indica los que conozcas.
- Entre los tipos de posiciones anteriores están las de tangencias, como puedes encontrar en la imagen “Circunferencias tangenciales”. Indica qué tipo de tangencia encuentras en ese caso. ¿Qué otro tipo de tangencias puede haber entre dos circunferencias?

- Observa la imagen “Conjuntos relacionados”. Si los dibujos que aparecen se consideraran circunferencias, indica que relación hay entre a) la verde y la amarilla, b) la amarilla y la marrón, c) la amarilla y la negra.
- Hay varias referencias en la exposición al Teorema de Thales. Enuncia dicho teorema.
- Escribe lo que conozcas sobre la vida de Thales de Mileto. Al menos en qué país nació y vivió y sobre qué época aproximadamente.
- En la foto “Sombra de Thales”, ¿qué representa a cada elemento del teorema?
- Explica sobre qué elementos se está aplicando también el Teorema de Thales en la imagen “Thales en el jardín”.
- Vamos ahora a dar el salto al espacio, fijémonos en cuerpos de tres dimensiones. Quizás en la naturaleza la más corriente sea la esfera, indica dónde puedes encontrar esferas en la exposición.
- ¿Cuál es la característica que tienen todos los puntos que forman la superficie de una esfera?
- Otro ejemplo de cuerpos de tres dimensiones aparece en la foto “Geometría en el Louvre”. ¿Cómo se llama la figura que aparece?
- En el caso de la imagen “Prisma enjaulado” aparece otro cuerpo tridimensional. Define lo que es un prisma. Dibuja un prisma de base cuadrada.
- Observa la imagen “Prisma por la paz”, ¿cuál es la fórmula de su volumen?
- En la imagen de título “Cuerpo geométrico” aparecen varias fórmulas. Cópialas e indica qué es lo que representan.
- También encontramos cilindros en la exposición. Localiza dónde e indica qué elemento cotidiano que solemos tener en nuestras manos es un cilindro. Dibuja un cilindro.
- Si cortamos esa figura y desarrollamos su superficie, ¿de qué se compone el desarrollo del cilindro?
- El cilindro es una figura que se obtiene girando un elemento alrededor de otro. ¿Sabrías explicar cómo se genera un cilindro?
- El prisma o la pirámide son ejemplos de poliedros. Define qué es un poliedro.
- Ejemplo de ellos los tienes en “Poliedros salvajes”. ¿Cómo se llaman los poliedros que tienen todas las caras iguales? ¿Cuántos hay en total y cuáles son?
- A estas figuras se les suele llamar sólidos platónicos. Investiga quién fue Platón, en que disciplina destacó y cuál fue su relación con las matemáticas.
- Localiza con qué elementos de la naturaleza relacionó Platón cada uno de los sólidos platónicos.
- En la imagen “Cuerpo geométrico de Gaudí” busca un título para los elementos matemáticos que aparecen en la fotografía.
- En la fotografía “¿Es un plano o una escalera hacia el abismo $(-\infty)$?” aparece otro concepto muy cotidiano, el del recubrimiento del plano. Indica en esta imagen qué figuras son las que recubren el plano.
- Explica con tus palabras qué entendemos por recubrir el plano.
- Otro ejemplo de recubrimiento lo tienes en la imagen “Hexágonos en la colmena”. ¿Qué polígono se utiliza en este caso? ¿Qué otros polígonos regulares pueden recubrir perfectamente el plano? ¿Qué característica debe tener el ángulo interior de un polígono para poder recubrir el plano?
- A veces el recubrimiento no se hace utilizando siempre el mismo polígono regular. Puedes ver un ejemplo en la imagen “Tres hexágonos y un triángulo tienen 18 lados”. ¿Crees que es correcto el lema de la foto?

- El tipo de recubrimiento anterior se llama semirregular. Busca la definición de este tipo de mosaicos y dibuja al menos dos más que se engloben dentro de ese tipo.
- Un caso particular de gráficas corresponden a las cónicas, que realmente están formadas por todos los puntos del plano que verifican una determinada condición. Define las cónicas que conozcas.
- ¿Sabrías decirnos por qué se llaman cónicas? Busca las cónicas que aparecen en la exposición. Salvo elipses, que no estamos muy seguros, del resto encontrarás seguro algún ejemplo.
- En la imagen “La parábola de Dios”, ¿cómo se refleja la gráfica de la cónica?
- En el caso anterior el título se basa en un juego de palabras, ¿en cuál?
- Señala algún otro concepto matemático con el que se pueda hacer un juego de palabras, es decir, que su título pueda considerarse como dos cosas distintas según sea un concepto matemático o una palabra cotidiana.

Varios

- Existe un lema en la exposición que se llama “Incógnita al final de la curva”. Explica qué se entiende en matemáticas como incógnita e indica cuando se utiliza.
- ¿Cómo se representa en la imagen anterior el concepto de incógnita?
- Ya habías trabajado antes con una imagen de título “Conjuntos relacionados”. En la exposición existen varias referencias a la Teoría de Conjuntos. Define lo que es un conjunto.
- Un lema que encuentras en la exposición es “Conjunto vacío”. Explica quién es ese conjunto y con qué símbolo se representa.
- En la imagen “Unión cúbica” se hace referencia a una operación básica entre conjuntos. Defínela y pon un ejemplo, utilizando dos conjuntos que te inventes, sobre el uso de esa operación.
- ¿Cuál es la otra operación básica entre dos conjuntos? Defínela y utiliza los conjuntos anteriores para demostrar cómo se usa.
- Un concepto que aparece en la exposición es el de la imagen “Nube de puntos”. Indica con qué parte de las matemáticas se relaciona.
- En el caso del concepto anterior, a veces la información de una nube de puntos se aproxima por una función. ¿Cómo se llama a ese proceso?
- Existe una imagen con el título “Fractales navideños”. El concepto de fractal es uno de los más recientes en la historia de las matemáticas. Investiga quién propuso ese concepto.
- Define lo que entendemos por fractal.
- Lo que aparece en la imagen anterior, ¿es realmente un fractal?
- La imagen nos recuerda a un fractal muy típico llamado *Copo de nieve*. Busca información sobre dicho fractal e indica quién lo descubrió y cómo se genera.

CUESTIONARIO

Una vez realizadas las actividades anteriores, contesta las siguientes cuestiones:

- ¿Te ha gustado la exposición? ¿Por qué?
- Destaca algún aspecto que te parezca interesante de la experiencia de hacer fotografías matemáticas.
- ¿Te ha servido la exposición para tener una idea distinta de las matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Te has fijado en cosas de tu entorno en las que no te habías dado cuenta de que también hay matemáticas? En caso afirmativo indica alguna.
- "Después de ver la exposición nos damos cuenta de que las matemáticas están omnipresentes en nuestro entorno" ¿Estás de acuerdo con esta frase? ¿Por qué?
- ¿Eres capaz de hacer fotografías o buscarlas en periódicos y revistas y ponerles un lema matemático, igual que has visto en la exposición?
- ¿Te animarías a participar en el próximo concurso de "Fotografía y Matemáticas" o en el de "Imágenes Matemáticas"?

Autores: José Muñoz Santonja
M^a Jesús Serván Thomas
Antonio Fernández-Aliseda Redondo
Juan Antonio Hans Martín