

XVI CONCURSO "FOTOGRAFÍA Y MATEMÁTICAS" IX CONCURSO "IMÁGENES MATEMÁTICAS"

SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA "THALES". SEVILLA

"No hay modo de entender bien al hombre
si no se repara en que la Matemática brota
de la misma raíz que la poesía,
del don imaginativo."

José Ortega y Gasset (1883-1955)
Filósofo y ensayista español

INTRODUCCIÓN

Sin duda un concepto actualmente de moda en el mundo educativo es el de **competencia** y también la necesidad de desarrollar las competencias básicas de todos los estudiantes.

Básicamente nosotros entendemos la competencia matemática como la capacidad de saber aplicar los conocimientos matemáticos a las situaciones que se presentan en el mundo que nos rodea, en nuestro entorno cotidiano. Para muchas personas el problema es no ser capaces de darse cuenta que el mundo que les rodea está regido en gran medida por las matemáticas. Los transportes, las comunicaciones, la mayoría de situaciones habituales incluyen aspectos matemáticos: de azar, numéricos, geométricos, analíticos, lógicos, etc.

La actividad de *Fotografía e Imágenes Matemáticas*, sobre la que trata este cuadernillo de ejercicios, es una de las que más fácilmente contribuye a hacer visibles las matemáticas que nos rodean y que podemos encontrar al pasear por nuestras ciudades, al abrir una revista o ver cualquier documental ciudadano.

Muchas personas, a lo largo de los años que lleva funcionando este concurso, han acostumbrado su vista a ver las matemáticas de nuestra vida diaria, como si se hubiesen puesto unas imaginarias gafas matemáticas que hacen visibles esos elementos que muchas veces quedaban confundidos en el paisaje.

Para los que no la hayáis visto anteriormente sólo os queremos comentar que vais a encontrar una serie de imágenes muy frecuentes, acompañadas de una pequeña frase con contenido matemático, que hace alusión a algo de lo que aparece en la imagen y que se referirá a conceptos que probablemente habréis trabajado en clase. Quizás alguna no las comprendáis porque ese tema aún no lo hayáis estudiado, pero siempre podréis disfrutar visualmente de la imagen que encontraréis.

Seguramente penséis que también podéis hacer una fotografía o recortarla de las que se encuentran en periódicos o revistas, o incluso hacer un montaje tomando trozos de

imágenes y después, lo que quizás sea más complicado, darle un título matemático. Si es así el próximo año posiblemente veréis vuestras obras colocadas en la exposición, por lo que os animamos a ver ésta con atención, responder a las preguntas que os señale vuestro profesor y a pensar en participar próximamente en el concurso. ¡Ánimo!

Para ayudaros a entender mejor las fotos e imágenes, y que podáis trabajar en clase con ellas, hemos elaborado este cuaderno de actividades, deseando que le saquéis el mayor rendimiento y disfrutéis con las matemáticas.

ACTIVIDADES

En estos días podéis ver las fotos e imágenes que componen la exposición sobre el XVI Concurso Provincial de "Fotografía y Matemáticas" y el IX Concurso Provincial de "Imágenes Matemáticas", organizados por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales" de Sevilla. Cada foto o imagen está acompañada de un lema o frase donde aparece algún concepto matemático, al mismo tiempo que hace referencia a lo reflejado en la fotografía. Como veis, las fotografías del concurso se complementan con fotos sacadas de periódicos y revistas, con dibujos o montajes que demuestran que aunque no se tengan conocimientos fotográficos, también se pueden relacionar, si se quiere, imágenes y matemáticas.

Ahora vais a visitar la exposición y después tendréis que contestar individualmente a las siguientes cuestiones, que hemos agrupado en distintos bloques temáticos.

Generales

- Elige las tres fotografías o imágenes de la exposición que más te gusten y explica la razón de tu elección.
- Elige ahora las dos que menos te gusten e indica los motivos de ello.
- Escoge dos imágenes o fotografías, escribe sus lemas e invéntate otros distintos que tengan contenido matemático. Explica la relación de los lemas que has puesto con las imágenes o fotografías que has elegido.
- Si te fijas con cuidado en los títulos de las fotos e imágenes, encontrarás algunas en las que la frase que las acompaña no es correcta, bien porque tenga algún fallo matemático, o porque el concepto matemático del que habla no aparece exactamente en la foto. Intenta encontrar alguna foto o imagen con esa cualidad, si la encuentras indica cuál es y por qué crees incorrecto su lema.

Números y medida

- Entre las fotografías e imágenes de la exposición y los lemas aparecen números de muchos tipos. Busca todos los que puedas y explica de qué tipo son (naturales, enteros...). ¿Cuál es el mayor que has encontrado?
- Existe una foto con el título "*Decena*", ¿qué es una decena? Puedes encontrar otro título en el que se habla de la unidad superior a la decena, búscala y escribe su lema. ¿Qué representa esa nueva unidad?

- En la foto de nombre “*Producto de enteros*”, ¿Qué propiedad de los signos se ha utilizado? Busca otras operaciones que haya en la exposición y escríbelas en tu cuaderno.
- Hay una foto de título “*Signo más*”, ¿cómo está formado? Busca otros lugares en los que aparezcan símbolos de operaciones aritméticas y haz una lista con las operaciones que aparecen junto a la imagen o foto donde las has encontrado. Basta una foto por operación.
- En la matrícula que aparece en la foto “*Primos con permiso de circulación*” aparece un número, ¿realmente está formado por número primos? Toma el número de cuatro cifras que aparece y descomponlo en producto de factores primos.
- En la foto de título “*Fracción*” aparece simulada una fracción utilizando piezas de frutas. ¿Qué representan las dos naranjas y el plátano? ¿Qué nombres reciben los elementos que forman una fracción?
- Una foto lleva por nombre “*Arriba 4/abajo 2*”, ¿podría escribirse ese lema como fracción?, ¿tendría sentido? Si la escribiéramos como fracción, ¿podrías hallar algún valor equivalente a ella?
- En la foto anterior, ¿qué fracción del total representan las figuras que están apuntando hacia arriba, respecto del total? , ¿es posible simplificar esa fracción?
- Busca en la exposición otras fotos o imágenes que tengan títulos relacionados con fracciones y escribe las fracciones que aparecen.
- En la foto “*Cuatro cuartos*” tienes representada, mediante un dibujo, una fracción. Dibuja convenientemente alguna figura (círculo, cuadrado, triángulo, etc.) para representar las fracciones que has encontrado en otros lugares de la exposición, por ejemplo en la de título “*Un tercio*”.
- Las fracciones que son menores que la unidad reciben el nombre de *fracciones propias*, ¿hay alguna en la exposición que lo sea?, ¿hay alguna que no lo sea?, ¿qué nombre reciben estas últimas?
- En una foto nos encontramos el lema “ $\frac{3}{4} > \frac{3}{4}$ ”. ¿Qué significa el símbolo que aparece? ¿Qué otros símbolos de ordenación conoces? ¿Crees que hay alguno de ellos que iría mejor en el título de esta foto?
- Ordena de mayor a menor las fracciones que has encontrado antes.
- Representa en una recta las fracciones anteriores. Efectúa la suma de todas ellas.
- Elementos muy relacionados con las fracciones (y muy frecuentes en la información de los medios de comunicación) son los números decimales. Pasa las fracciones que encontraste en apartados anteriores a su forma decimal.
- Otra foto tiene por título un concepto que solemos relacionar con las fracciones, el tanto por ciento. ¿A qué foto nos referimos? Calcula el tanto por ciento correspondiente a las fracciones que has encontrado.
- En la foto de nombre “*Curva*” aparece una piel de naranja; si giramos la imagen 90°, ¿a qué símbolo te recuerda?
- Hay algunas muestras en la exposición de otra operación numérica como es la potencia. En concreto la foto “*Elevando al cubo*”, ¿qué significa esa frase? ¿Cuándo se utiliza?



Elevando al cubo

- Hay una foto con el nombre “*Limonas al cuadrado, limonas al cubo*”, explica cómo se construyen en esa foto las potencias. Si tuvieras que añadir el término *limonas a la cuarta*, ¿cómo lo harías? Haz un dibujo de cómo te quedaría la imagen.
- La operación contraria a la potencia, ¿cómo se llama?, ¿cómo se representa? Busca una imagen en cuyo título aparezca esa operación. Escribe qué tipo de operación se está realizando.
- Uno de los aspectos que más se trabajan en matemáticas y en la vida es el de proporcionalidad. Existe una proporcionalidad muy famosa que se llama proporción áurea que se utiliza en pintura, arquitectura y otras artes porque significan el canon griego de belleza. Busca información sobre esa proporción y qué número es el número áureo.
- En la exposición se habla de otra proporción también muy frecuente en arquitectura y escultura: la proporción cordobesa. Busca la foto e indica alrededor de qué polígono regular se organiza esta proporción. Investiga sobre ella. ¿Sabes adivinar de qué ciudad toma el nombre esta proporción?
- Busca la foto “*Masa ¿Dónde hay más cantidad?*” y responde a la pregunta planteada. ¿Cuál es la unidad de masa?
- En la exposición hay elementos que se pueden medir: ángulos, superficies, volúmenes. Indica las unidades de medida del Sistema Métrico Decimal que conozcas indicando de qué tipo es cada una de ellas.

Álgebra

- Hay una imagen con el título de “*Ecuación de Cupido*”. Escribe esa ecuación sustituyendo los símbolos extraños por variables. ¿Cuántas variables tendría esa ecuación?
- Busca en la exposición otros lugares en donde aparezca alguna ecuación y cópiala. Si es posible resuélvela.
- Una de las imágenes de la exposición tiene por nombre una fórmula. Escríbela e intenta adivinar qué representa.

Sucesiones

- Busca el elemento de la exposición de título “*Sucesión en N*”, ¿por qué crees que tiene ese título?

- Indica qué entiendes por sucesión y escribe los lemas de otras imágenes donde se plantea la misma idea.
- Entre las anteriores habrás encontrado una de título "*Sucesión decreciente*", explica cuándo una sucesión es decreciente. Si la sucesión no es decreciente, ¿cómo puede ser? Define también los otros casos.
- Otra foto tienes el nombre de "*Puntos de una curva*", en la que aparecen unos elementos que también dan una idea de sucesión. Si consideramos como sucesión el espacio que hay entre unos y otros, ¿de qué tipo sería esa sucesión?
- Un concepto relacionado con las sucesiones y también con las funciones es el de límite. Define qué se entiende como límite de una sucesión.
- Por qué crees que lleva una foto el título "*Límite en el cielo*"?



- En la exposición puedes encontrar una imagen con el título " $\infty/2$ ". ¿Cuándo decimos que una sucesión tiende a infinito? En ese caso, ¿cómo se llama la sucesión?
- Hay otras imágenes en las que se encuentra escondida la idea de sucesión, por ejemplo en la de espejos concéntricos, ¿dónde crees que está la idea de sucesión en esa foto?
- En la foto "*Sigue la serie*" hay una secuencia de números que simulan una sucesión. ¿Serías capaz de encontrar una regla que te permita decir qué número tendrías que poner a continuación?

Geometría

- Haz un vocabulario con todas las palabras (al menos diez) que encuentres relacionadas con la Geometría e indica su significado.
- Una foto lleva de título "*Ángulo recto*", ¿cuánto vale ese ángulo?
- Busca otro título en el que aparece la mitad de ese ángulo, ¿qué se representa en la imagen?
- Aparte del anterior, en la exposición aparecen muchos tipos de ángulos. Intenta localizar uno agudo, otro recto y otro obtuso y di qué valores puede tomar cada uno de estos tipos de ángulos, además del lugar donde los encuentras.
- Una posible posición de dos rectas en el plano es ser paralelas. Busca fotos e imágenes donde aparezcan líneas paralelas y escribe sus títulos.
- Cuando dos rectas en el plano no son paralelas, ¿qué nombre reciben? En la exposición hay una foto que tiene precisamente ese nombre. ¿Realmente las líneas que aparecen tienen esta propiedad o es debida a la perspectiva?
- En la exposición existen polígonos de distintos lados. Haz una lista de los que encuentres junto con el lema de su foto, clasificándolos según el número de lados. ¿Cuál es el de mayor número de lados?
- Un cuadrilátero que aparece mucho es el rombo, ¿sabes definir exactamente ese polígono?
- En la foto "*Cuatro rombos*" pueden verse más de cuatro, cuenta exactamente los que están a la vista.
- En la imagen "*Trapezio azul*", ¿a que trapezio se refiere?, ¿de qué tipo es?
- Hay otro elemento de nombre "*Trapezio*", ¿qué polígonos distintos aparecen en esa foto?

- Un título que puedes encontrar en la exposición es "*Diagonal de un rectángulo*", ¿qué es la diagonal de un rectángulo?, ¿cuántas diagonales distintas tiene un rectángulo?, ¿miden lo mismo?, ¿ocurre eso en todos los cuadriláteros? Explica tu respuesta.
- También puedes encontrar un hexágono en la exposición, ¿Cuántas diagonales distintas tiene? En general, ¿cuántas diagonales distintas tiene un polígono de n lados?
- Explica qué son polígonos regulares. Busca una foto que tiene ese nombre e indica qué dos polígonos regulares puedes encontrar en ella. ¿Qué otros polígonos encuentras que no son regulares?
- En la imagen anterior podemos localizar dos tipos de trapecios, ¿de qué tipo son?
- Hay una foto con el título "*Equiláteros*". Los triángulos que se ven, ¿son realmente equiláteros? Indica de qué tipo son.
- En la foto "*Triángulos semejantes*" se visualiza, gracias a la perspectiva, la idea de escala. Intenta localizar en otros lugares representado ese mismo concepto.
- En la foto anterior, si consideras el ángulo que forman los soportes del columpio, ¿qué representaría la cuerda? ¿En qué otro lugar encuentras ese concepto?
- Si consideramos el triángulo completo, ¿entonces qué representa la cuerda?
- En la foto "*Tenedor al cuadrado es igual a cuchillo al cuadrado más cucharilla al cuadrado*" aparece un triángulo, ¿de qué tipo es? ¿Puedes encontrar este mismo tipo de triángulo en algún otro lugar de la exposición?
- El lema de la foto anterior hace referencia a un famoso teorema geométrico, ¿sabrías enunciarlo correctamente?
- Un hecho que aparece en varios lugares es el de ser concéntricos, por ejemplo en "*Rectángulos concéntricos*". Define ese concepto e indica qué quiere decir concéntricos. Busca otros lugares en los que aparezca.
- Uno de los lugares en donde habrás encontrado lo anterior es en la foto "*Espejos concéntricos*", ¿son los espejos realmente concéntricos? En nuestra opinión son más bien tangentes, ¿qué tipo de tangencia presentan?
- En la exposición aparecen muchos otros tipos de tangencia, por ejemplo en la imagen "*Tangente peligrosa*", ¿a qué tangencia se está refiriendo en este caso?
- En el mismo panel donde están los supuestos espejos concéntricos hay otro elemento de tangencia, indica el lema de la foto y explica qué tipo de tangencia es.
- Existe una imagen de título "*Simetría*". Define simetría y busca en la exposición elementos simétricos.
- En la imagen anterior hay un pequeño detalle que hace que no sea exactamente simétrica, explica cuál es.
- ¿Qué es un eje de simetría? En la foto de título "*Simetría luminosa*", ¿cuántos ejes de simetría hay?
- La simetría es muy frecuente a nuestro alrededor. ¿Puedes encontrar otros ejemplos de simetría?
- Algunos de los polígonos que encontraste en preguntas anteriores tienen eje de simetría. Representalos en tu hoja de respuestas y dibuja sus ejes.
- La simetría es un movimiento en el plano, pero existen en la exposición otros movimientos, por ejemplo en el lema "*Composición de traslaciones en el plano*". Explica qué es una traslación y qué elementos la caracterizan
- ¿Qué otros movimientos en el plano conoces?

- Sabrás que algunos polígonos regulares sirven para recubrir el plano, por ejemplo mediante losetas en las aceras. ¿Cuáles tienen esa propiedad? ¿Puedes encontrarlos en la exposición? Indica las imágenes donde encuentres algunos.
- En la imagen “*Recubrimiento del plano*” tienes otra posibilidad de recubrir el plano, en este caso qué elementos se utilizan para ellos.
- Aparte de los polígonos regulares, ¿con qué otros polígonos se puede recubrir el plano?
- Entre las figuras planas es posible encontrar también circunferencias. Define qué son y busca alguna imagen o foto donde aparezcan y escribe su lema.
- Uno de los elementos que define una circunferencia es el centro, Busca la foto “*Centro*” y explica qué aparece. ¿Qué otro elemento, aparte del centro define una circunferencia?
- ¿Qué nombre recibe la mitad de una circunferencia?, ¿cómo está representado ese concepto en la exposición?
- Hay otras líneas relacionadas con la circunferencia, como por ejemplo el radio. Escribe su definición y la de cualquier otro elemento lineal que recuerdes relacionado con la circunferencia. Busca una imagen en cuyo nombre aparece el concepto de radio
- Hay un elemento bastante común en la naturaleza que puedes ver en el caracol que aparece en la foto “*Cuerpo perfecto*”, ¿qué nombre recibe ese elemento? En qué otros lugares de la naturaleza puedes encontrarlo.
- Suele ser corriente confundir los elementos geométricos planos con los del espacio, y así muchas veces se llama cuadrado a un cubo. Algo parecido ocurre en la foto “*Montaña de rectángulos*”, ¿por qué no sería correcto el lema que acompaña a la imagen?
- Otro elemento de la exposición lleva por título “*Poliedros*”, define lo que es un poliedro y pon tres ejemplos de poliedros que utilicemos en la vida cotidiana.
- En la foto “*Conos de colores*” aparece otra figura muy conocida, la del cono, ¿en qué otros lugares de la exposición puedes encontrarlos?
- Define lo que es un cono, ¿sabes cómo se genera?
- Una de las fotografías se llama “*Cono de nazareno*”, ¿qué otro elemento geométrico suelen llevar los nazarenos en las manos?
- Otra figura que combina rectas y curvas son los cilindros de los que hay ocho en la exposición. ¿En qué elemento cotidiano los encontramos?
- Define también qué es un cilindro, qué elementos lo caracterizan y cómo se genera.
- Quizás una de las figuras más corriente en muchos lugares es la esfera, ¿en qué lugares de la exposición puedes encontrarlas?
- Aparecen en la exposición esferas cotidianas, ¿en qué otros elementos de nuestro entorno podemos encontrar esa figura?



- El título de la foto “*Mamá esfera dando de comer a sus esferitas*” ¿te parece correcto? ¿Qué elementos geométricos aparecen en esa foto?
- En la foto “*Raíz cuadrada de 3 entre dos (cos 30°)*” se plantea el valor de una razón trigonométrica de valor 30°. Define qué es el coseno de un ángulo.

- Define las otras dos razones fundamentales de un ángulo y calcula sus valores para el ángulo de 30° .

Funciones y gráficas

- En la exposición aparecen varias funciones, haz un listado con las que encuentres y escribe sus definiciones.
- Una función de la que hay varias referencias es la parábola, por ejemplo en la foto "Arco iris parabólico". Cuando aparece el arco iris, ¿es realmente una parábola?
- Hay un elemento fundamental en la construcción de una parábola que es el foco, ¿sabrías decir qué es?
- Explica cómo se puede conseguir una parábola.
- Aparte de en el arco iris ¿en qué otros lugares de la naturaleza o cotidianos puedes encontrar esa función?

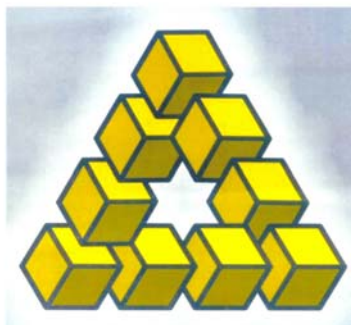


- Hay una foto de título "Parábola $y = (amistad)^2$ " en la que se simula una parábola y se da su ecuación. ¿Sabrías cuál es exactamente la ecuación de una parábola básica? En general, ¿cómo es la ecuación de una función cuya gráfica es una parábola?
- La parábola forma parte de un grupo de funciones que se llaman cónicas. ¿Qué otras

gráficas pertenecen a ese grupo?, ¿puedes encontrar alguna de ellas en la exposición?

- Una foto se llama "Función platánica", ¿qué función crees que representa la construcción que aparece?
- En la foto anterior, la ristra de pimientos representan dos rectas fundamentales en toda representación gráfica de una función, ¿a qué rectas nos referimos?
- Las rectas anteriores dividen el plano en varias partes, ¿cuál de ellas aparece en la foto?
- Una de las fotos se llama "Cardioide", ¿qué es esa función? Está conseguida con un espejo, ¿cómo se llama la propiedad que tiene?
- Un concepto muy estudiado en Análisis Matemático es el de asíntota, busca una foto con ese lema e indica qué aparece.
- Explica con tus palabras qué es una asíntota. ¿Cuántos tipos de asíntotas aparecen?
- Otras funciones que aparecen en la exposición son las funciones trigonométricas. Busca en qué lugar se hace referencias a ellas.
- ¿Cuáles son las características más importantes de las dos funciones anteriores que has encontrado?
- Las curvaturas que aparecen en la gráfica de una función suelen dar información sobre la función. En la imagen de título "Cóncavo y convexo", ¿a qué elementos de una curva se hace referencia?

Varios



- En la imagen “¿Qué figura geométrica ves?” aparece lo que se conoce como una figura imposible, ¿eres capaz de definir qué se entiende por figura imposible? ¿Por qué es imposible la figura que aparece?
- Hay una fotografía con el nombre de “*Diagrama de barras*”. Explica qué es un diagrama de barras y para qué se utiliza.
- Si los libros que aparecen en la imagen anterior representasen realmente a los rectángulos de un diagrama de barras, ¿qué característica de los diagrama de barras no cumplen?

representasen realmente a los rectángulos de un diagrama de barras, ¿qué característica de los diagrama de barras no cumplen?

- Por la forma en que están agrupados los libros más que un diagrama de barras dan la idea de otro tipo de representación estadística, ¿a cuál nos referimos? ¿En qué casos suele utilizarse más ese segundo tipo de representación?
- En la foto “*Fractales naturales*” aparece una verdura que es uno de los elementos más recientes de las matemáticas: un fractal. Busca la definición de fractal y comprueba si la imagen lo cumple.
- Los fractales son muy corrientes en la naturaleza, busca ejemplos de fractales que aparezcan en la naturaleza.
- En una foto aparece el símbolo clásico de integral, busca en cuál y escribe su lema. Define lo que es una integral y para que se utiliza principalmente.
- ¿Cuál es la operación inversa a la integral?

CUESTIONARIO

Una vez realizadas las actividades anteriores, contesta las siguientes cuestiones:

- ¿Te ha gustado la exposición? ¿Por qué?
- Destaca algún aspecto que te parezca interesante de la experiencia de hacer fotografías matemáticas.
- ¿Te ha servido la exposición para tener una idea distinta de las matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Te has fijado en cosas de tu entorno en las que no te habías dado cuenta de que también hay matemáticas? En caso afirmativo indica alguna.
- "Después de ver la exposición nos damos cuenta de que las matemáticas están omnipresentes en nuestro entorno" ¿Estás de acuerdo con esta frase? ¿Por qué?
- ¿Eres capaz de hacer fotografías o buscarlas en periódicos y revistas y ponerles un lema matemático, igual que has visto en la exposición?
- ¿Te animarías a participar en el próximo concurso de "Fotografía y Matemáticas" o en el de "Imágenes Matemáticas"?

Autores: José Muñoz Santonja
M^a Jesús Serván Thomas
Antonio Fernández-Aliseda Redondo
Juan Antonio Hans Martín