

"EL BRICOLAJE", TAREA PARA LA INTRODUCCIÓN DE LAS FRACCIONES EN SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Carmen Gloria Aguayo, *Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT), Chile, carmenaguayo@correo.ugr.es*

Pablo Flores, *Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, pflores@ugr.es*

Antonio Javier Moreno, *Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, amverdejo@ugr.es*

Camila Cortés, *Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT), Chile, camict@ugr.es*

RESUMEN.

En la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria estamos promoviendo un modelo de enseñanza basado en tareas significativas, que hagan que el alumno construya sus aprendizajes por medio de situaciones que propongan retos. Para mostrar este tipo de tareas hemos tenido que diseñar algunos ejemplos que manifiesten que es posible realizar esta enseñanza. En esta comunicación presentamos una tarea que estamos empleando en nuestros cursos, examinando sus cualidades a la luz de un modelo de análisis de tareas matemáticas escolares que se ubica en el análisis didáctico.

Nivel educativo: Educación primaria. Universidad.

1. INTRODUCCIÓN.

Introducir un concepto matemático en alumnos de primaria, implica que los profesores tengan en cuenta una serie de situaciones que permitan que tal concepto sea internalizado de manera significativa. Este objetivo requiere de la selección y elaboración de tareas que permitan un aprendizaje matemático real. En esta comunicación presentamos un modelo para la creación/selección de tareas de aprendizaje matemático que utilizamos en la formación de maestros de primaria. La tarea se caracterizaría por permitir un flujo de actuaciones que se inicia con acciones realizadas por los alumnos que le permitirán establecer unos primeros resultados, continúa con una fase de comunicación de dichos resultados, y finaliza con la formalización del contenido matemático implicado en la tarea (ver figura 1).

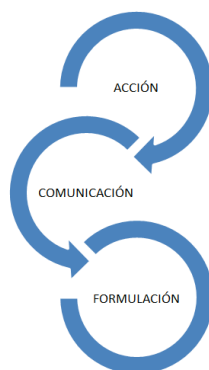


Figura 1. Modelo para la creación/selección de tareas de aprendizaje matemático

Este modelo desplaza el protagonismo del aprendizaje al alumno a través de la acción, por lo que el profesor deberá presentar tareas que sean coherentes con dicha propuesta. Para ello estas tareas tienen que plantear un reto, lo que exige que propongan un problema contextualizado con situaciones de la vida cotidiana del alumno, que promueva que los estudiantes pongan en juego sus conocimientos previos y que en su resolución se lleven a cabo las acciones que promueven el nuevo aprendizaje. Luego de este primer momento viene la comunicación. Las propuestas, interpretaciones, discusiones, negociaciones y toma de decisiones relativas a la actividad. La tarea debe dar espacios para que existan diferentes momentos de comunicación, tanto entre alumnos, con el profesor y una puesta en común para que se pueda dar la formalización del contenido trabajado; el momento de formulación sirve para identificar y dar entidad a los conocimientos adquiridos.

La caracterización de la tarea la realizamos a partir del texto de Pedro Gómez e Isabel Romero (2014), que empleamos como referente con los alumnos. En dicho texto se resumen estudios sobre las tareas matemáticas escolares (Christiansen y Walther, 1976, Ponte et al. 1997 y Flores, Gómez y Marín, 2013), concretando que una *tarea matemática escolar es una demanda estructurada de actuación que el profesor proporciona a los escolares*, por lo tanto, los alumnos deben realizar una secuencia de actividades que tengan coherencia con los objetivos que quiere desarrollar el profesor en su planificación. Pero aquí cabe preguntarnos, ¿Cómo un profesor sabe que está haciendo una elección adecuada y coherente de las tareas? Para contestar nuestra interrogante nos basaremos en los diferentes elementos que caracterizan una tarea y en el análisis que se debe hacer para ver si se logran los objetivos de aprendizaje (Gómez y Romero, 2014).

En esta comunicación iremos relacionando lo mencionado anteriormente con nuestra propuesta de tarea "El Bricolaje" para la introducción del concepto de fracción en el segundo ciclo de educación primaria.

2. ELEMENTOS PARA CARACTERIZAR Y ANALIZAR UNA TAREA MATEMÁTICA: EL BRICOLAJE.

En este apartado iremos viendo en forma paralela los elementos que debe tener una tarea, su posterior análisis, y estos en la tarea de Bricolaje. Es importante destacar que seleccionamos la tarea de Bricolaje por buscar una

forma distinta de introducir las fracciones en primaria, apartándonos un poco de las tradicionales tareas con elementos como tartas, pizzas, etc.

Para tener una idea más general antes de empezar con las descripciones, la figura 2 nos muestra el esquema de los elementos y análisis de una tarea matemática.

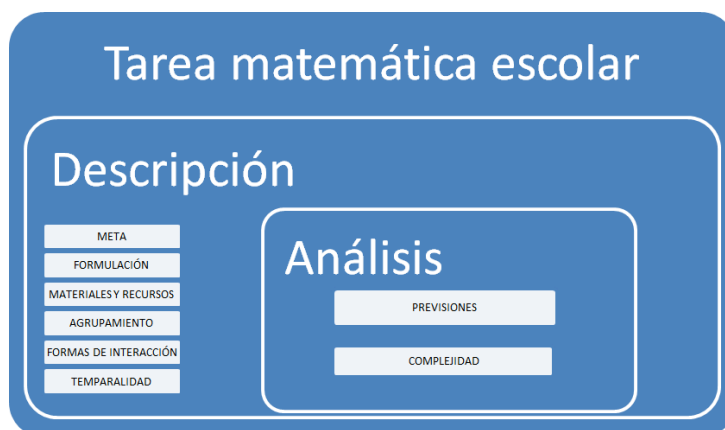


Figura 2. Elementos de la descripción y análisis de una tarea escolar matemática

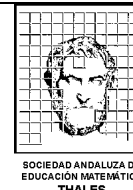
2.1. DESCRIPTORES DE LA TAREA MATEMÁTICA.

A continuación presentamos una tabla 1 donde explicaremos cada uno de los elementos que describen una tarea matemática, mostrando el ejemplo con la tarea bricolaje.

¿Qué es la Meta?	Meta de la tarea bricolaje
<p>Fin o eje conductor de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ objetivos que se pretenden desarrollar ➤ errores y dificultades que hay que tomar en cuenta para ser superados. <p>Al planificar una unidad didáctica se observan los objetivos planteados en el currículo. Pero no necesariamente una tarea aborda todos los objetivos, por lo tanto, se debe tener claridad de dichos objetivos para saber la secuencias de tareas que se aplicarán, donde cada una tendrá</p>	<p>Para introducir las fracciones en segundo ciclo de primaria se hace una revisión del currículo, donde algunos de ellos son:</p> <p>LOE (2º ciclo, contenidos y criterios evaluación):</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Números fraccionarios para expresar partes de la unidad y relaciones entre cantidades en contextos reales. Utilización del vocabulario apropiado (medio, cuarto y décimo). ➤ Reconocer fracciones como partes de la unidad o de colecciones, comparar fracciones sencillas y representarlas mediante gráficos simples o en la recta numérica. (Comprobar si son capaces de comparar fracciones cuyo denominador sea 2, 3, 4, 5, 8, 10 en contextos reales, hacer corresponder números fraccionarios con su correspondiente representación gráfica. Asimismo ha de valorarse la utilización del vocabulario adecuado). <p>LOMCE (criterios evaluación y estándares aprendizaje)</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Leer, escribir y ordenar, utilizando razonamientos apropiados, distintos tipos de números (romanos, naturales, fracciones y decimales hasta las



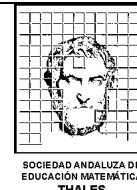
XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS. MATEMÁTICAS CON SENTIDO



<p>una meta aún más específica.</p>	<p>milésimas).</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Interpreta en textos numéricos y de la vida cotidiana, fracciones, utilizando razonamientos apropiados. <p>Teniendo en cuenta estos objetivos para esta tarea nos planteamos como meta:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Introducir el concepto de fracción. ➤ Aprender a utilizar números fraccionarios para expresar partes de la unidad
<p>¿Qué es la formulación de la tarea matemática?</p>	<p>Formulación de la tarea bricolaje</p>
<p>Descripción detallada de lo que se espera que los alumnos realicen, teniendo en cuenta las instrucciones que da el profesor. En este apartado se deben visualizar los diferentes momentos del modelo de aprendizaje que mencionamos al principio (acción, comunicación y formulación)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Introducción del profesor. Entrega varios ejemplares de la unidad (Medio Din A4) a cada grupo de alumnos y escribe en la pizarra las cuestiones 1, 2, 3 y 4 ➤ Alumnos realizan el catálogo en parejas. ➤ A indicación del profesor, cada pareja intercambia el catálogo con la pareja más próxima ➤ Puesta en común de las apreciaciones de cada pareja (diferencias y enriquecimientos aportados por la pareja con la que ha intercambiado). En ella se realzan las porciones presentadas (cantidad de ellas, precisión, etc.), la forma de nombrarlas (destacando las que utilicen elementos matemáticos, en forma de nombre: <i>medio</i>, <i>cuarto</i>, etc.; o en forma fraccionaria, buscando formas de distinguir trozos distintos, aunque están expresados por la misma fracción –<i>un medio cortado horizontal o verticalmente</i>, por ejemplo-) ➤ Ahora son compradores. Tienen que diseñar una caja, dibujarla y determinar piezas para hacerla, describir dichas piezas, empleando sus notaciones fraccionarias.
<p>¿Qué son materiales y recursos?</p>	<p>Materiales y recursos en la tarea de bricolaje</p>
<p>Recursos didácticos que el profesor selecciona para que favorezcan la acción de los alumnos en cada fase.</p>	<p>Papel (diversos ejemplares de medio A4). No se acepta la regla ni otro material. Se espera que corten el papel a partir de doblarlo reiteradamente y luego separar partes.</p>
<p>Agrupamiento</p>	<p>Agrupamiento en la tarea de bricolaje</p>
<p>Diferentes formas en que se puedan agrupar a los alumnos para desarrollar cada fase de la tarea, de manera que ayude al logro de la meta.</p>	<p>Por parejas al hacer el catalogo y la caja. En gran grupo durante la puesta en común.</p>



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS. MATEMÁTICAS CON SENTIDO



Formas de interacción	Interacción en la tarea de bricolaje
<p>Manera de cómo se prevé la comunicación durante el desarrollo de la tarea.</p> <p>Ciertas formas de interacción facilitan la participación de todos los alumnos, y dan al profesor una visión generalizada de conocimientos y errores de alumnos.</p>	<p>Entre los miembros de la pareja, para ponerse de acuerdo sobre las divisiones aceptables.</p> <p>Entre parejas, cuando se discute la validez de las soluciones propuestas y la notación adoptada.</p> <p>Cada pareja/alumno, defiende en puesta en común.</p>
Temporalidad	Temporalidad en la tarea bricolaje
<p>Indicación del tiempo previsto para llevar a cabo cada momento de la tarea.</p>	<p>La tarea de bricolaje tendría un momento de explicación, otro de ejecución, otro de puesta en común para cerrar con un momento de ejecución.</p>

Tabla 1. Explicación de los descriptores de una tarea matemática y ejemplificación con la tarea bricolaje

2.2. Análisis de la tarea matemática.

El describir una tarea matemática nos da la visión práctica del qué, cómo y cuándo de una tarea matemática, pero también tenemos que preocuparnos de saber si dicha tarea es adecuada para lograr el aprendizaje deseado, es por esto que se hace necesario hacer un análisis teniendo en cuenta varios aspectos, como son: las previsiones, complejidad, significatividad y coherencia con el logro de los objetivos. Todo lo anteriormente mencionado nos va a permitir tener la visión global de nuestra tarea para poder hacer adecuaciones contribuyendo a que el proceso de enseñanza/aprendizaje sea significativo.

En este caso presentaremos también de forma paralela el significado de cada apartado del análisis de una tarea matemática, ejemplificado con el análisis de la tarea de Bricolaje, en la tabla 2.

Previsiones	Previsiones de la tarea bricolaje
<p>Cuando se selecciona a tarea matemática, es importante que los profesores la desarrollen como si fueran alumnos para tener una visión de cómo la tarea contribuye a:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ La activación de los conocimientos empleando los contenidos. Así se puede saber cuáles serán los contenidos que cubre la tarea. 	<p>La tarea matemática de bricolaje activa el conocimiento previo de los alumnos en cuanto a la división en partes iguales, como también el uso correcto de expresiones como <i>un cuarto, un medio</i>. Al desarrollarla nos damos cuenta que si tienen correspondencia con objetivos señalados en LOE, y criterios de evaluación. También con LOMCE, aunque menos formales.</p> <p>Uno de los errores más frecuentes al construir las fracciones es hacer divisiones del papel no igualitarias. En la puesta en</p>

<ul style="list-style-type: none"> ➤ La coherencia entre las acciones realizadas en la tarea y el logro de los aprendizajes que indican los objetivos. ➤ La superación de los errores y dificultades. ➤ La significatividad de la tarea. Para estudiarla se analiza, si la tarea parte de situaciones cercanas para el alumno, cuáles conocimientos previos requiere, si está planteada como un reto que sea motivador y promueva que los alumnos pongan en juego las acciones que llevan a aprender el contenido previsto, y si permite que los alumnos pueden apreciar si su respuesta resuelve el reto planteado. <p>Al tener en cuenta los puntos anteriores permite que el profesor tenga una previsión de la tarea matemática.</p>	<p>común habrá que promover que comparen sus trozos, examinando cuál es más adecuado para representar la porción buscada. Se puede reforzar examinando en cuál es más razonable el precio asignado. En cuanto a la significatividad de la tarea destacamos los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se plantean dos retos (construir el catálogo, diseñar la caja y examinar sus componentes), en los que deben realizar acciones que comportan la división exhaustiva de la unidad en partes iguales, identificar dichas partes con nombres alegóricos a su relación, y emplear esta relación para calcular su precio. Dependiendo de las habilidades de construcción, los alumnos harán más o menos tablas y mayor o menor riqueza en las cajas. ➤ Está formulada en términos familiares al alumno, tomando una tarea clásica en la escuela, la colección de objetos pequeños, como cuando se les pide que hagan una colección de minerales, o un herbolario. ➤ La validez de la solución propuesta se establecerá en el contraste con los demás, en la puesta en común. Cada actividad de la tarea no tiene en sí misma una posibilidad de retroalimentación que muestre si es adecuada la respuesta. <p>Con esta tarea los alumnos deben:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Hacer fraccionamientos de un papel, igualitarios y exhaustivos ➤ Nombrar justificadamente las porciones resultantes ➤ Aplicar una proporcionalidad para determinar precios de porciones, que tomen en consideración los fraccionamientos ➤ Utilizar las porciones para construir una figura nueva, la caja <p>Identificar qué porciones necesitan, y expresarlas por sus notaciones simbólicas.</p>
Complejidad	Complejidad de la tarea bricolaje
El nivel de complejidad tiene que ser coherente con los conocimientos y capacidades de	Aunque los alumnos tengan ciertas destrezas en papiroflexia, no resulta rutinaria la división igualitaria y exhaustiva. Puede serlo



los alumnos, así como con la complejidad cognitiva del objetivo pretendido. Una forma de examinar la complejidad es empleando los tres niveles planteados por PISA (OCDE, 2003):

- Reproducción: Tareas familiares para los alumnos, en las que solo hacen una repetición de conocimientos practicados.
- Conexión: Tareas que, aunque estén en contexto familiar, no son rutinarias, exigen interpretar y relacionar conceptos, sistemas de representación, etc.
- Reflexión: Tareas que requieren comprender y reflexionar, relacionando conocimientos hasta llegar a generalizar, explicar o justificar los resultados.

la expresión en palabras (*medios, cuartos*), si se limitan a ellos. Si aparecen otras fracciones, se tendrán que obligar a buscar términos. Se puede hacer más compleja si identifican nuevas fracciones, como $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, etc.

Desde las competencias PISA puede limitarse a reproducción, si no llegan más que a las fracciones conocidas. Su avance hacia un nivel de conexión lo lograrán quienes construyen un catálogo más complejo. Se espera que la puesta en común realce los catálogos más ricos. Disponen de destrezas para afrontar el reto a niveles elementales, el estímulo del profesor, reconociendo que otros grupos han avanzado más, puede aumentar el reto en los que menos iniciativa tengan.

3. CONCLUSIONES.

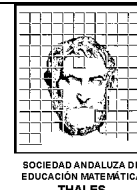
Consideramos que disponer de un modelo de descripción y análisis de una tarea matemática, es un gran aporte para que los profesores tengan una visión más general y detallada de los aspectos que son importantes cuando planifican una unidad didáctica, abordando como objetivo principal que los alumnos aprendan, que adquieran los conceptos básicos de las matemáticas, como el concepto de fracción. El modelo permite también estar atento a aquellos aspectos que pueden hacer que se alcancen las metas de la tarea, permitiendo cambiar su formulación si se aprecia una desviación hacia situaciones alejadas de la meta.

Resulta muy difícil diseñar tareas matemáticas perfectas para lograr los objetivos que se plantean, pero si se hace una descripción y análisis exhaustivo, durante su desarrollo se pueden tener en cuenta todos aquellos aspectos que podrían generar limitaciones y emplearlos el profesor para ir apreciando y canalizando aquellas dificultades que podrían tener los alumnos y de esa manera lograr aprendizajes significativos.

En cuanto a la tarea matemática de Bricolaje, con la que hemos ejemplificado en esta comunicación, podemos concluir, tras realizar su análisis, que se trata de una tarea amplia en el tiempo, coherente para que los alumnos aprecien el papel de las fracciones para expresar una división igualitaria y exhaustiva de la unidad (si se logra que se realce estas cualidades, si los alumnos tienen habilidades de construcción, son cuidadosos en hacerlo y unos se muestran a otros la importancia de hacerlo), y las relacionen con la proporcionalidad. Tiene



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



coherencia con los objetivos y contenidos de fracciones en el segundo ciclo de primaria. Promueve la acción, comunicación y puede llevar a formalizar, especialmente cuando utilicen las fracciones con una finalidad práctica, como es expresar por escrito las necesidades para hacer la caja.

Limitaciones de la tarea son la larga duración de las actividades planteadas, en relación a las otras cualidades, así como la dificultad de llevarla a cabo si los alumnos no son hábiles en la división del papel, o en la interpretación, creación y estudio de los dibujos de la caja.

REFERENCIAS.

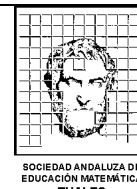
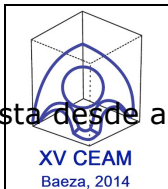
Christiansen, B. y Walther, G. (1986). Task and activity. En B. Christiansen y A. G. Howson (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: Kluwer.

Flores, P.; Gómez, P.; Marín, A. (2013). Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes. <http://funes.uniandes.edu.co/2061/>

Gómez, P. y Romero, I (2014). Enseñanza de las matemáticas. Granada, Departamento de Didáctica de las Matemáticas.

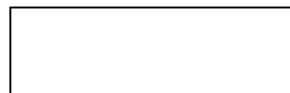
OCDE. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y solución de problemas*. París: OCDE. Disponible en <http://tinyurl.com/9wmr4ct>

Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M. y Abrantes, P. (1997). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.

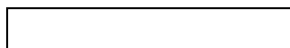


ANEXO: TAREA MATEMÁTICA ESCOLAR "EL BRICOLAJE"

Cada pareja de alumnos va a poner una tienda de bricolaje, en la que cortan y venden tablas de marquetería. La tabla unidad es un patrón dado (medio A4). Pero también se tienen divisiones de esta tabla patrón.



- 1) Obtener divisiones que se pueden hacer de la tabla, para tener dispuestas para la venta.
 - 2) Organizar estas tablas en un catálogo, en el que se peguen, se ponga un nombre a cada porción y se indique la razón de tal nombre.
 - 3) Un comprador ha llegado a la carpintería con una tabla como la de la figura. Encontrar qué porción representa, si es igual a alguna de las del catálogo. Si da ideas para nuevas divisiones, completar el catálogo.
- 6) Puesta en común: Un grupo describe las diferencias que ha encontrado en los catálogos que ha visto (el propio y el de los compañeros). Se analizan las cualidades de cada catálogo, atendiendo a:
- a. Diversidad de porciones representadas y precisión en sus medidas
 - b. Forma de representar las porciones
 - c. Precios atribuidos



- Finalmente se recuerda la notación fraccionaria para expresar las porciones, y se formaliza los nombres de numerador y denominador
- 7) Compradores: Va a cambiar su papel a la de compradores. Cada pareja tiene que realizar una caja para minerales, en la que, al menos, haya 6 huecos iguales (figura adjunta). Dibujar la caja que van a construir, señalando sus dimensiones. Seleccionar las tablas necesarias para realizar la caja, expresarlos en un papel por medio de su representación fraccionaria. Redactar una carta escrita, sin dibujos, para pedir los trozos que se necesitan para hacer la caja.

