



MATERIALES CURRICULARES CON CALCULADORAS

Mauricio Contreras del Rincón, *Universidad de Valencia, I.E.S. Benicalap,
Valencia (Valencia), mauriciocontre@gmail.com*

Daniel Vila Martínez, *División educativa CASIO, danielvila@casio.es*

RESUMEN.

La FESPM ha organizado un grupo de trabajo de calculadoras, con la colaboración de CASIO, con el objetivo de crear materiales curriculares inéditos pensados para ser implementados en clase con distintos tipos de calculadoras. El objetivo es motivar y fomentar el uso habitual de calculadoras en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En esta comunicación se describe el funcionamiento del grupo de trabajo, y se muestran algunos de los trabajos diseñados en los que se evidencia la potencia de la calculadora en la enseñanza de las matemáticas de cualquier nivel.

Nivel educativo: ESO y Bachillerato.

1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo básico de este grupo de trabajo es la creación de materiales inéditos sobre calculadoras, que resulten novedosos y motivadores para alumnos y profesores y que animen al uso habitual de calculadoras en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta idea recoge las múltiples propuestas lanzadas en las dos pasadas ediciones de las JAEM (Girona 2009, Gijón 2011, Mallorca 2013, grupos de debate sobre el uso de calculadoras), así como las propuestas surgidas en el seminario de calculadoras celebrado en Málaga () y organizado por la FESPM.

Para desarrollar esta tarea, cada miembro del grupo escribe un informe con su propuesta de material y la sube a la plataforma moodle de la FESPM. En la propuesta se recogen datos como título, nivel educativo al que va dirigido, tipo de calculadora que se usa (elemental, científica, gráfica, CAS), nombre y apellidos del autor, experimentación en el aula con grupos de alumnos y material necesario. La división educativa de CASIO colabora aportando material para las experiencias de aula.

Se ha elaborado un calendario y una distribución de tareas, de forma que cada miembro del grupo presentará tres trabajos a lo largo del curso, en los que deberá incluir una justificación del material diseñado, las competencias generales o matemáticas que se desarrollan con el material diseñado y la duración aproximada de las actividades.

2. PLAN DE TRABAJO.

Primer trabajo: Viernes 4 de abril.

Segundo trabajo: Viernes 23 de mayo.

Tercer trabajo: Viernes 27 de junio.

3. LOS TRABAJOS DESARROLLADOS.

La primera colección de trabajos:

Sucesiones con la calculadora CP-400, Sucesiones con la calculadora FX-82 ES, Geometría en el billete de 500 euros, Fracciones y mixtos, La calculadora en aritmética, Cálculo de raíces de ecuaciones polinómicas, Movimientos: un trabajo cooperativo, Geometría analítica cotidiana, Teorema de Pitágoras con la calculadora gráfica, Porcentajes con la calculadora FX-82SX, Descomposición de fracciones impropias, El período de los números.

La segunda colección de trabajos:

Construcción de triángulos con CP-400, Resolución de problemas con CP-400, Descomposición factorial, Tablas de valores, Estadística unidimensional, Surtidor con CP-400, Construcción de modelos sobre fotos, Estudio de la función logística, Deducir derivadas con la calculadora gráfica CP-400.

Se observa que los contenidos de los trabajos abarcan todos los bloques y niveles del currículo de Secundaria, en diversos grados de profundidad y un amplio abanico de calculadoras de diversos tipos (científicas, gráficas y algebraicas, incluyendo los modelos más avanzados que pueden trabajar sobre fotos o vídeos).

4. ALGUNOS EJEMPLOS DE TRABAJOS.

4.1. GEOMETRÍA ANALÍTICA CON LA CALCULADORA CLASSPAD 330.

- Halla la ecuación de la recta de vector ortogonal $v=(2, 3)$ que pasa por el punto $P(1, -1)$.

En la ventana de Geometría con rejilla entera y ejes coordenados, dibujamos el vector $r=(2, 3)$ y el punto $A(1, -1)$. Con la herramienta "recta perpendicular", dibujamos la recta que pasa por el punto A y es perpendicular al vector r. Seleccionamos dicha recta y la arrastramos a la ventana principal, en la cual aparece su ecuación: $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

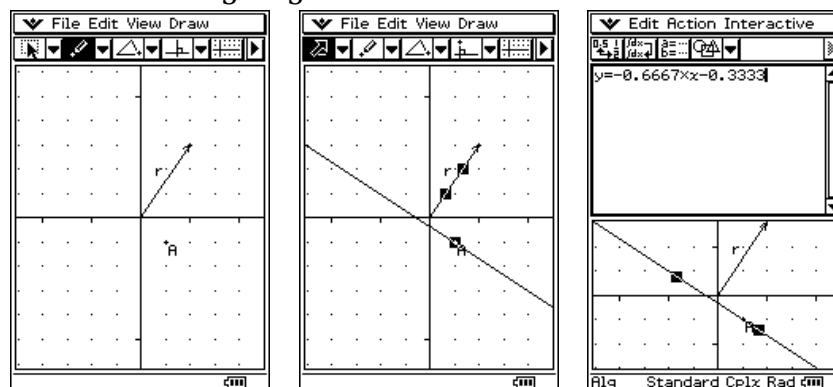


Figura 1. Recta perpendicular a un vector por un punto.

- Halla la distancia del punto $P(3, -3)$ a la recta $x-2y+3=0$.

En la ventana de Geometría (rejilla entera) dibujamos el punto A(3, -3) y seleccionamos el comando Draw/Function. En el cuadro de diálogo introducimos la ecuación explícita de la recta y pulsamos OK. Sobre la gráfica de la función, con la herramienta "recta por dos puntos" dibujamos la recta marcando dos puntos sobre la misma. Seleccionamos el dibujo de la gráfica y lo suprimimos. A continuación seleccionamos la recta BC y el punto A y hacemos clic en el cuadro de medidas [▶]. Observamos en dicho cuadro la distancia entre el punto y la recta, $d(P, r)=5.366563$.

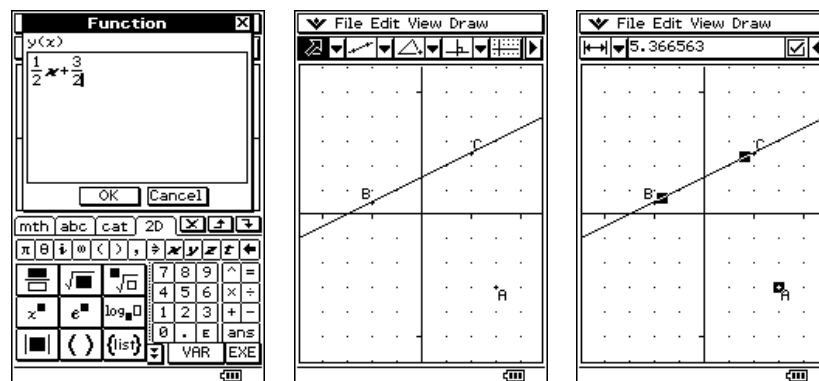


Figura 2. Distancia de un punto a una recta.

4.2. DESCOMPOSICIÓN DE FRACCIONES IMPROPIAS CON LA CP-400.

- Ejemplo 1.- Gráfica de la función racional $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$

Descomponemos la fracción impropia:

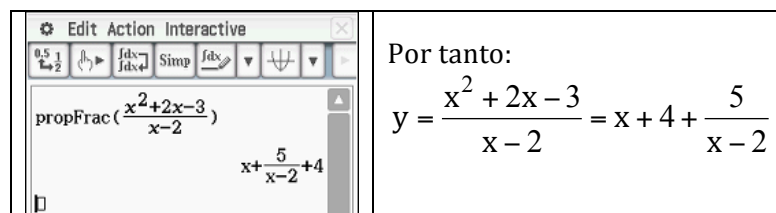


Figura 3. El comando propFrac del menú Principal.

La función no está definida para $x=2$, su dominio es $\mathbb{R} - \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$. Tiene como asíntota vertical la recta $x=2$. Cuando x toma valores alejados de 0, positivos o negativos, la función se comporta como si fuera la recta $y=x+4$. Por tanto, la recta $y=x+4$ es una asíntota oblicua de la curva. Cuando $x=0$, $y=3/2$. Y cuando $y=0$, $x=1$ ó $x=-3$, tal como indica el comando solve de la calculadora:

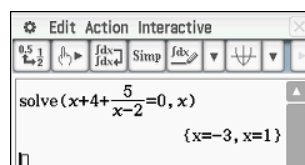


Figura 4. Resolución de la ecuación.

La representación gráfica de la función con la CP-400 confirma todas estas propiedades:

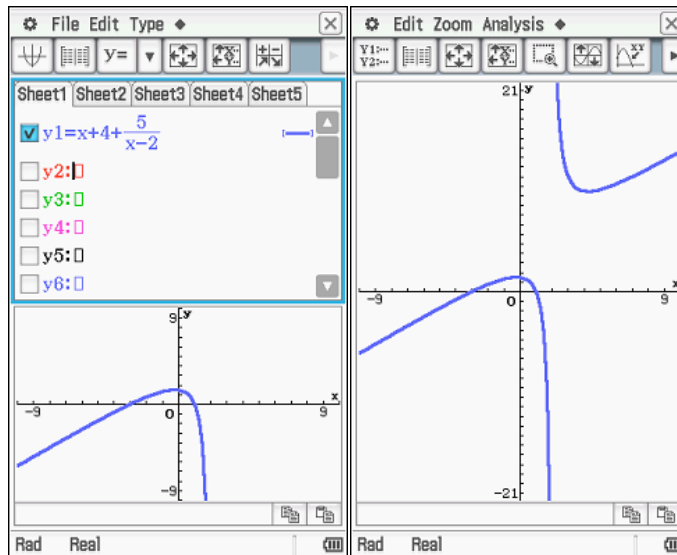


Figura 5. Gráfica de la función.

Podemos dibujar también la asíntota vertical y la asíntota oblicua (líneas punteadas) para confirmar nuestra conjetura:

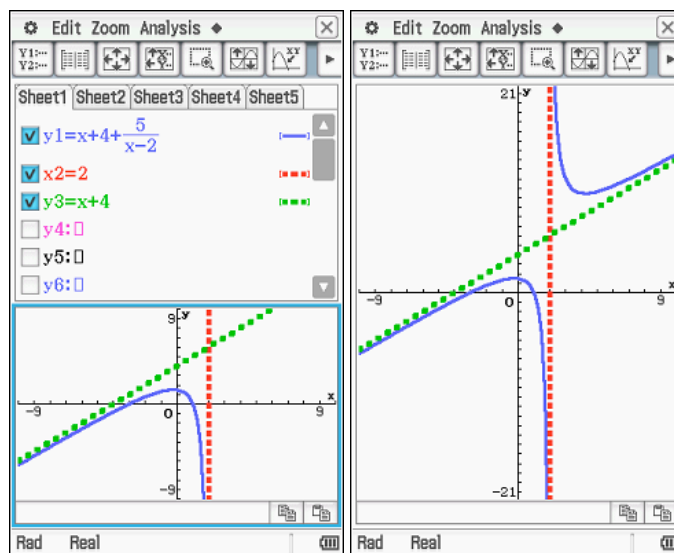


Figura 6. Gráfica con asíntotas.

4.3. CONSTRUCCIÓN DE MODELOS SOBRE IMÁGENES DE OBJETOS REALES.

Veamos como ejemplo la construcción de un modelo parabólico para el perfil del chorro de agua de una fuente.

Una vez cargada la imagen fountain.g3p en la CG-20, un primer acercamiento consiste en situar puntos sobre la curva, con ayuda de las teclas de cursor; para ello pulsamos [OPTN] [F2] (Plot) y pulsamos [EXE] para marcar los puntos; automáticamente, la calculadora registra las coordenadas de los puntos

señalados, que se muestran en forma de tabla de valores al pulsar [F3] (List). Con los valores obtenidos al situar los puntos sobre la imagen realizamos un análisis de regresión, ajustando una función polinómica de grado dos; para ello hay que pulsar [F6] (\Rightarrow) [F3] (REG). Al pulsar [F6] (DRAW), la parábola se dibuja sobre la imagen, pudiendo comprobar la validez del ajuste.

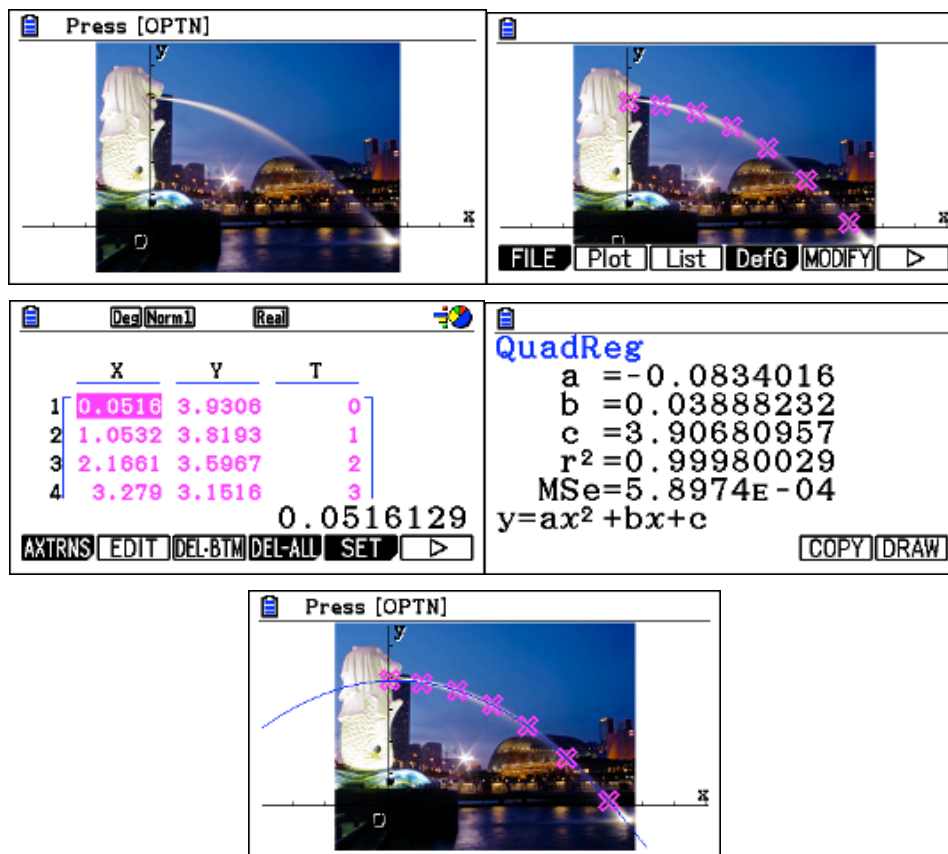


Figura 7. Ajuste de un modelo parabólico.

Vemos, por tanto, que una posible ecuación de la trayectoria del chorro de agua de la fuente sería: $y = -0,08x^2 + 0,04x + 3,907$. Pero hay que tener en cuenta que este modelo depende de la elección del sistema de coordenadas y también de la escala elegida. Podríamos usar el modelo para hacer predicciones sobre la posición de una gota de agua, si supiéramos la altura y el alcance real del chorro de agua en la fuente.

5. A MODO DE CONCLUSIÓN.

La feliz iniciativa de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y la División Educativa CASIO permitirá disponer en un futuro de un banco de materiales curriculares para el conjunto del profesorado y los centros, relativo a los diversos tipos de calculadoras existentes. El material será expuesto en la página web de la División Educativa de CASIO y pretende ser un punto de apoyo para el uso de tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Actualmente se está llevando una iniciativa semejante en Portugal



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



y en otros países europeos. La disposición de estos bancos de materiales en diversos países será muy beneficiosa para la mejora de la educación matemática.

BIBLIOGRAFÍA.

BARRIOS, L, CAMACHO, A y otros. (2007). *Matemáticas con calculadora gráfica. Unidades didácticas*. SAEM Thales. Granada.

PÉREZ, A. y otros. (2012). *Matemáticas con calculadora gráfica. Unidades didácticas*. SAEM Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A.

CARRILLO, A., CHACÓN, J.M., VILA, D. (2009). *La calculadora ClassPad como recurso para la enseñanza de las matemáticas*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A.

AMARO, E. y otros. (2012). *Matemáticas con calculadora. 1º de Bachillerato. Ciencias y Tecnología*. SAEM Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A. Barcelona.

AMARO, E. y otros. (2011). *Matemáticas con calculadora. Educación Secundaria Obligatoria. 4º Curso*. SAEM Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A. Barcelona.