

EL MÁSTER DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO: MOTIVACIONES Y CONOCIMIENTO SOBRE ÁLGEBRA LINEAL

Inmaculada Serrano, *Universidad de Córdoba*

María José Madrid, *Universidad de Córdoba*

Alexander Maz-Machado, *Universidad de Córdoba*

RESUMEN.

Se presentan avances de resultados de un estudio piloto sobre las motivaciones y el conocimiento que tienen estudiantes de la especialidad de Matemáticas del Máster en Formación de Profesorado de Secundaria sobre Álgebra Lineal. Para ello, se ha utilizado un cuestionario abierto y la muestra ha sido intencional tomada de tres universidades españolas. Se han encontrado cuatro grandes motivaciones para realizar el máster que van desde la vocación hasta las motivadas por la crisis económica de los últimos años. Se ha evidenciado también un escaso conocimiento de los contenidos que se imparten en la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato relacionados con el Álgebra Lineal. Además, sus concepciones están altamente condicionadas por los aspectos procedimentales de esta rama de las Matemáticas.

Nivel educativo: Secundaria, Universidad.

1. INTRODUCCIÓN.

En la actualidad la formación de los profesores de enseñanza secundaria de matemáticas tiene dos componentes; una está vinculada con el propio conocimiento matemático que se adquiere durante los estudios previos cursados ya sea en las antiguas titulaciones o de los actuales grados. La otra tiene relación con los aspectos de la profesión docente que se imparten en los másteres de formación de profesorado de secundaria de matemáticas, donde se adquieren no solo competencias didácticas sino también un conocimiento sobre el funcionamiento de los centros educativos, de la legislación que regula las distintas enseñanzas, etc.

Este modelo está en concordancia con lo que señala Glaeser (1977) en cuanto a que el profesor debe ser competente para brindar una exposición científica consistente, "pero la formación de docentes exige también una reflexión fundada en la pedagogía de la comunicación y desarrollo de aptitudes" (p. 10).

Se esperaría que todo aquel que se matricula en estos másteres tenga el deseo de ser profesor de matemáticas y posea los conocimientos matemáticos básicos necesarios para serlo. Sin embargo, la experiencia durante varios años

de la impartición de los másteres indica que esto no siempre es así. En algunos casos la causa es el escaso conocimiento matemático que se adquiere en titulaciones con pocos créditos de esta materia en el plan de estudios de determinadas titulaciones que sí permiten el acceso al Máster en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la especialidad de Matemáticas.

Surgen por tanto dos aspectos importantes a considerar: el porqué se estudia un máster para ser profesor de matemáticas en secundaria y qué conocimientos matemáticos tienen estos estudiantes, en particular aquellos relacionados con los que se imparten en secundaria y que por tanto como futuros profesores deberán manejar. Este segundo aspecto es demasiado amplio, para ir delimitando estos tópicos hemos centrado la atención en los conocimientos sobre Álgebra Lineal en este ciclo escolar ya que son contenidos que aparecen como obligatorios en la etapa de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.) y Bachillerato como deja claro el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato donde aparecen los contenidos de las **enseñanzas matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria estructurados en cinco grandes bloques**, uno de ellos dedicado a Números y Álgebra.

Así para la asignatura de Matemáticas de los dos primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria dentro de este bloque se busca que los alumnos sean capaces de utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, segundo grado y sistemas de ecuaciones lineales, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.

Asimismo en 3º de ESO, tanto en las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas como en las orientadas a las enseñanzas aplicadas, se mantienen los contenidos algebraicos y se pretende que los estudiantes sepan utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola. Así como que resuelvan problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.

Igualmente, un alumno que curse cuarto de la ESO, ya sea de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas o de las orientadas a enseñanzas aplicadas, debe ser capaz de construir e interpretar expresiones algebraicas, utilizando con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades y de representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando ecuaciones para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.

Además en cualquier modalidad de Bachillerato en las que se cursan matemáticas como materia troncal (Matemáticas I y II en el Bachillerato de Ciencias o Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y II en el de Humanidades y Ciencias Sociales) aparecen explícitos contenidos de Álgebra.

En definitiva los contenidos algebraicos forman parte del currículo de todas las asignaturas matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, haciendo hincapié en su utilidad para resolver problemas en distintos contextos.

Por ello resulta necesario que los futuros profesores de secundaria conozcan en profundidad estos contenidos así como su utilidad y aplicabilidad a distintas cuestiones tanto de la vida real como de otras ciencias. A nivel internacional se han realizado muchas investigaciones sobre qué enseñar en Álgebra Lineal y con qué métodos (Ortiz, Rico y Castro, 2008).

El Álgebra Lineal permite el desarrollo de las competencias matemáticas que se evalúan en el proyecto PISA: razonar, argumentar, modelizar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar lenguajes (simbólico, formal y técnico) y emplear soportes y herramientas tecnológicas. Algunas de estas competencias son cognitivas instrumentales y otras son competencias matemáticas específicas (Rico y Lupiáñez, 2008). Por estas razones creemos que es conveniente y necesario tener una idea acerca de lo que piensan o saben los futuros profesores sobre el Álgebra Lineal de la E.S.O. y Bachillerato.

El objetivo del estudio es conocer cuáles son las motivaciones para realizar el máster de formación de profesores de secundaria, así como identificar qué ideas y conocimientos tienen sobre el Álgebra Lineal en secundaria y su enseñanza.

2. METODOLOGÍA.

Este estudio es exploratorio y descriptivo. Para realizar un estudio piloto cuyos resultados presentamos, se tomó una muestra no aleatoria de 16 sujetos que cursaban la especialidad de Matemáticas del máster en formación de profesorado de secundaria en tres universidades españolas. Con esto se buscó que los resultados no estuvieran influidos por los propios planes curriculares de una determinada universidad.

Se aplicó un cuestionario de cinco preguntas abiertas y un test de escala Likert con 30 ítems. Aquí presentamos los resultados parciales del cuestionario. El cuestionario se diseñó *ad hoc* y se validó mediante triangulación con tres expertos del área de Didáctica de la matemática de las universidades de Córdoba y Huelva. El cuestionario se aplicó en los meses de marzo y abril de 2015 de manera voluntaria y anónima. En la muestra había matemáticos (Licenciados y graduados), ingenieros (técnicos y superiores) y arquitectos. Todos ellos con experiencia docente a través de clases particulares y solo uno a nivel de academia.

La información se volcó a una base de datos y luego se realizó un análisis de contenido. Se agruparon las respuestas y se categorizaron, en esta labor participaron todos los autores. Las preguntas fueron:

- P1: ¿Tiene alguna experiencia docente? En caso afirmativo indique donde se ha desarrollado esta experiencia.
- P2: ¿Cuándo decidió involucrarse en la enseñanza de Matemáticas a nivel de secundaria y bachillerato? Indique las razones que apoyan esta decisión.
- P3: En cuatro o cinco líneas indique porqué es importante el Álgebra Lineal.
- P4: Cite dos contenidos de Álgebra Lineal que considere importantes que debe aprender el estudiante en esta etapa y justifica porqué.

- P5: ¿Considera que el buen desempeño de un docente de Álgebra Lineal está directamente relacionado con su formación universitaria? ¿Por qué? En su caso, ¿cómo cree que influye dicha formación?

3. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al preguntar por qué tomaron la decisión de cursar un máster, cuya orientación es la formación de los futuros profesores de educación secundaria, se hallaron cuatro motivaciones: vocacional, la crisis económica, salida profesional y el entorno social. A continuación describiremos cada una de ellas de acuerdo a las explicaciones dadas por los profesores en formación.

- **Vocación:** esta viene dada por el gusto hacia las matemáticas, bien desde los primeros años o adquirida durante su formación universitaria previa. Sin embargo, esta vocación está centrada en la matemática misma no en la labor de enseñanza o al menos no lo señalan de forma explícita. Es manifestada por los titulados en matemáticas o ingeniería
- **La crisis:** genéricamente esta opción es motivada por la pérdida de empleo o el no haber hallado trabajo relacionado con su titulación universitaria. Es manifestada especialmente por los arquitectos.
- **Salida profesional:** la docencia es considerada como una alternativa profesional a la que ya poseen. Es una forma de ampliar horizontes laborales aunque no sea la enseñanza el objetivo prioritario de sus intereses. Es señalado en gran medida por los ingenieros.
- **El entorno social:** es motivada por la influencia del entorno familiar o social, especialmente por la presencia de profesores en la familia. Es manifestada por matemáticos.

Como se puede observar las motivaciones son totalmente subjetivas y con un escaso o nulo conocimiento sobre la profesión docente. En algunos casos se toma como algo de segunda categoría que se tiene en cuenta cuando las demás salidas laborales no funcionan.

Un aspecto que interesaba conocer es qué conocimiento tenían los futuros profesores sobre los contenidos que se imparten en secundaria y más en particular sobre Álgebra Lineal. Señalaron los siguientes: matrices, espacios vectoriales de polinomios, ecuaciones, sistemas de ecuaciones, vectores, espacios vectoriales, ecuaciones lineales, resolución de ecuaciones, geometría, algebra de Boole, funciones y resolución de ecuaciones.

Se observa que la idea de los contenidos sobre el Álgebra Lineal que se deberían impartir está determinada por el álgebra recibida en la universidad y no por el currículo de secundaria. Prueba de ello es que varios manifiestan la utilidad de las matrices por su interés en el campo de la informática.

Esto demuestra el desconocimiento de la normativa legal y los programas curriculares. Además, hay una asociación del álgebra con las ecuaciones pero olvidan que el Álgebra Lineal trata con ecuaciones y sistemas lineales.

En cuanto a la utilidad del Álgebra Lineal se hallaron cuatro bloques de agrupamiento:

- **Aplicaciones:** consideran que permiten ser aplicadas para resolver genéricamente problemas relacionados con diversos campos y algunos de manera más específicos (a la Física, la Química o la Ingeniería).
- **Pensamiento abstracto:** está relacionado con el paso del lenguaje cotidiano o natural al lenguaje formal de las matemáticas.
- **Herramienta matemática:** tiene un carácter instrumental al servir como apoyo operativo en aspectos de manipulación de datos.
- **Aplicaciones a la vida real:** está asociada a la modelización de la realidad y a que facilita la comprensión del entorno.

Como se observa prima el valor instrumental del Álgebra Lineal, pero no se hace mención a aspectos relacionados con que facilita procesos de razonamiento, la visualización del espacio o que permite aprovechar las relaciones entre lo algebraico y lo geométrico.

Los aspectos relacionados con la parte del desempeño docente y la importancia de la formación universitaria arrojaron los siguientes resultados:

- **Conocimiento matemático:** lo que más importa es que el profesor sepa y domine las matemáticas y por ello es importante la formación en ella.
- **Conocimiento didáctico:** el aspecto prioritario es la forma de enseñarla por encima del conocimiento matemático.
- **Experiencia Docente:** es la experiencia la que otorga el éxito para enseñar.
- **Empatía hacia la asignatura:** debe haber un buen acercamiento y gusto del profesor hacia el Álgebra Lineal para ser un buen docente de la misma.
- **Formación universitaria no necesariamente matemática:** cualquiera puede impartir clases de matemáticas y por tanto de Álgebra Lineal. Cualquier conocimiento matemático aprendido en la universidad otorga autoridad para enseñarla.

En la figura 1 se observa como los estudiantes provenientes de las tres titulaciones diferentes consideran importante tanto el conocimiento matemático como el conocimiento didáctico mientras que solamente los arquitectos consideran importante la empatía. Algunos matemáticos señalan que la experiencia docente también influye. Esta figura presenta las relaciones globales, pero ya a nivel individual y a la luz de la clasificación anterior se encuentra un dominio de ideas pedagógicas como llave para la docencia exitosa.

No se ven indicios de los tres principios para la buena enseñanza del Álgebra Lineal que plantea Harel (2000) inspirado en las teorías psicológicas de Piaget: el principio de concreción, el principio de necesidad y el principio de generalidad.

Se evidencia que las concepciones de los matemáticos que cursan el máster respecto a la enseñanza del Álgebra Lineal es la común entre los matemáticos, la cual dice que para el propósito de enseñar bien las matemáticas, todo lo que es necesario es conocer bien el tema. Pero como señala Revuz (2000) la enseñanza del Álgebra Lineal proporciona un contraejemplo sorprendente, porque la teoría está bien desarrollada, los que enseñan la conocen muy bien y sin embargo, los estudiantes siguen sin entender estos contenidos.

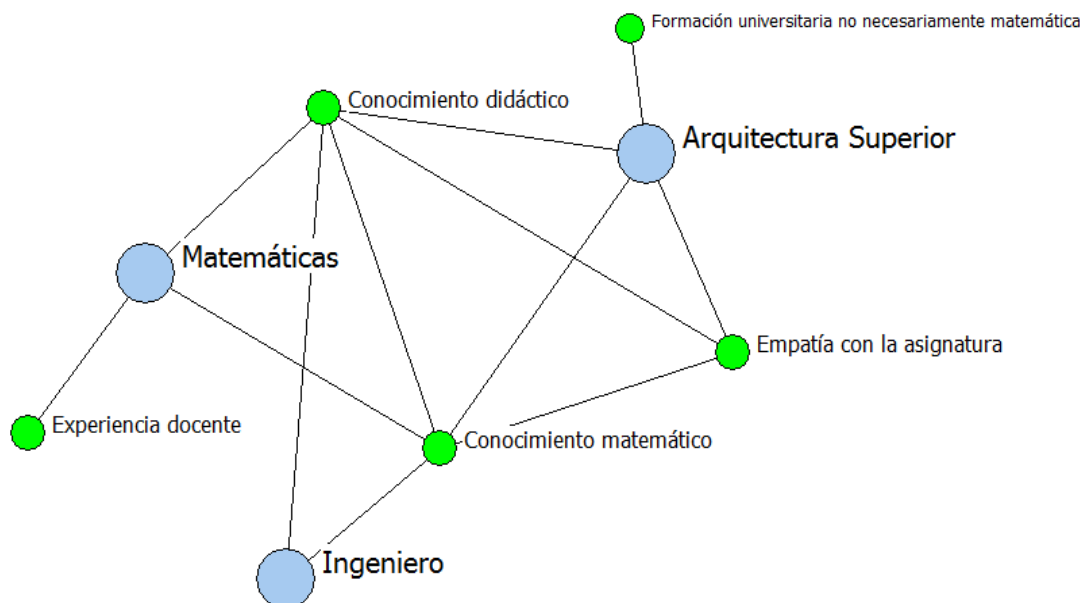


Figura 1. Relación entre titulación y concepción docente.

4. CONCLUSIONES

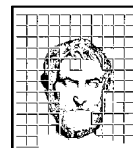
El estudio piloto ha aportado pruebas empíricas de algo que conjeturamos quienes impartimos clase en estos másteres, la motivación de los alumnos en su mayoría no es adquirir los conocimientos didácticos necesarios para realizar las tareas docentes de todo profesor matemático porque consideran que es importante esta labor y porque les guste, si no que son otras influencias económico-sociales las que les motivan. Probablemente, esto explica la apatía de un sector de los estudiantes ante las actividades académicas que se les encomiendan como parte del máster.

Por otra parte, se evidencian grandes carencias en conocimientos sobre el currículo de matemáticas que se debe impartir en la Educación Secundaria y en particular sobre el Álgebra Lineal. Esto también es palpable cuando la asocian de manera mayoritaria a una herramienta o para ser aplicada dejando de lado otros aspectos intrínsecos que aporta el Álgebra Lineal. No tienen en cuenta que puede ser de gran utilidad para el desarrollo de muchas de las competencias matemáticas que el currículo de matemáticas señala que se deben desarrollar.

REFERENCIAS.

GLAESER, G. (1977). *Matemáticas para el profesor en formación*. Buenos Aires: EUDEBA.

HAREL, G. (2000). Principles of learning and teaching mathematics with particular reference to the learning and teaching of linear algebra: old and new observations. En J. L. Dorier (ed.): *On the teaching of linear algebra* (pp. 177-189). Dordrecht: Kluwert.



ORTIZ, J. RICO, L. Y CASTRO, E. (2008). La enseñanza del Álgebra Lineal utilizando modelización y calculadora gráfica: un estudio con profesores en formación. *PNA*; 2(4), 181-189.

REAL DECRETO 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

REVUZ, A. (2000). Preface. En J. L. Dorier (ed.): *On the teaching of linear algebra* (pp. 11-23). Dordrecht: Kluwert.

RICO, L. Y LUPIAÑEZ, J. L. (1998). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza.