

APRENDIENDO A MEDIR LONGITUDES: SECUENCIACIÓN PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LA MEDIDA CON REGLA

Ariadna Gómezescobar, Universidad Autónoma de Madrid
Marta Carrera González, Universidad Autónoma de Madrid
Angélica Benito Sualdea, Universidad Autónoma de Madrid
Andrea de la Fuente Silva, Universidad Autónoma de Madrid
Leyre Gilardi, Universidad Autónoma de Madrid

RESUMEN

En este trabajo se presenta una propuesta para conceptualizar la medida de longitud con regla. Para ello se simula la construcción secuenciada de una regla a través de la introducción paulatina de sus elementos principales: números, marcas y unidades de medida. Participan en el estudio 83 estudiantes del último curso de Educación Infantil, en un total de cuatro aulas. Dos de ellas componen el grupo experimental y dos de ellas el grupo control. El primer grupo simula la construcción secuenciada de una regla y el segundo aprende primero a medir con unidades y de ahí pasan a medir con regla, tal y como suele hacerse en la enseñanza tradicional. El instrumento de evaluación consta de dos tareas, una medición con el objeto alineado y otra con el desplazado. El grupo experimental obtiene mejoras significativas en la segunda tarea.

Nivel educativo: Educación Infantil.

1. INTRODUCCIÓN

La longitud es una magnitud con que todas las personas estamos familiarizadas y utilizamos en la vida diaria. Además, es una de las primeras magnitudes que se trata en la escuela. Sin embargo, las propuestas de enseñanza de las magnitudes suelen ser de corte generalista, es decir, plantean secuenciaciones para todas las magnitudes, no para cada una de ellas. En contexto español tenemos las aportaciones de Chamorro y Belmonte (1991) y Belmonte (2005) y Alsina (2006). Y fuera de nuestras fronteras encontramos propuestas de Van den Heuvel-Panhuizen y Buys (2008) del Instituto Freudenthal, o Clarke, et al. (2003). Las secuenciaciones generalistas facilitan que las y los docentes tengan una visión global sobre cómo abordar la enseñanza-aprendizaje de las magnitudes y medida, sin embargo, existen aspectos muy concretos asociados a las propias magnitudes difíciles de abordar con secuencias generalistas.

Por otro lado, Clements et al. (2017) sí plantean una trayectoria de aprendizaje específica para la medida de longitud. Es decir, niveles jerarquizados que componen una progresión de desarrollo; en los distintos niveles, se plantean una serie de tareas instruccionales que sirven para pasar de nivel. Dentro de esta trayectoria de aprendizaje, en el nivel 8, medidor de longitud (length measurer), se plantea, entre otras habilidades, la de medir desde cualquier punto de la regla, es decir, que cualquier punto pueda considerarse como origen de la medición. Esto se suele abordar a través de la tarea de la regla rota o del objeto desplazado en la regla, y constituyen tareas de medida donde es necesario poner en juego varios conceptos de medida de longitud (origen de la medición, acumulación de distancia, función de las unidades, interpretación de números y marcas de la regla,...). Este tipo de tareas son más cognitivamente más demandantes que aquellas en las que el objeto está alineado en la marca del cero de la regla, y se pueden resolver de manera mecánica o procedimentalmente.

Los principales errores que comenten los niños y niñas en las mediciones con regla están relacionados con la interpretación de los elementos de la misma: números, marcas y unidades de medida (Gómezescobar, 2020). A menudo cuentan las marcas que componen la longitud de un objeto, otorgándoles la entidad de unidad de medida, en lugar de delimitadores de la misma; o también realizan una incorrecta interpretación de los números, es decir, en tareas donde el objeto está desplazado (o la regla está rota), leen el número coincidente con el extremo del objeto.

Una de las recomendaciones para paliar errores en la conceptualización de las mediciones de longitud con regla es la construcción secuenciada de una regla (Bragg y Outhred, 2004; Gómezescobar, 2020). Por tanto, el objetivo del presente estudio es realizar un pilotaje sobre la pertinencia de utilizar en el aula una secuencia didáctica que simula la construcción de una regla, para lo que se introducen de forma significativa los diferentes elementos que componen una regla: números, marcas y unidades de medida de longitud.

2. METODOLOGÍA

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia que estudia las nociones del alumnado sobre magnitudes y medida, el cual cuenta con el informe favorable del Comité de Ética de la Universidad Autónoma de Madrid (CEI-121-2444). La investigación que se presenta en esta comunicación se realiza a través de un estudio exploratorio en el último curso de Educación Infantil.

2.1. PARTICIPANTES

En el estudio intervienen un total de 83 estudiantes (47 niñas) del último curso de Educación Infantil de un centro educativo público de la Comunidad de

Madrid de línea 4. Dos cursos (A y D) componen el grupo experimental y otros dos (B y C) el grupo control. En la Tabla 1 pueden consultarse más detalles sobre la distribución de la muestra. Ningún estudiante ha sido instruido en el uso de la regla en contexto escolar.

Grupo	Tipo	Niñas	N
A	Experimental	11	21
B	Control	12	18
C	Control	12	20
D	Experimental	12	24
TOTAL		47	83

Tabla 1. Distribución de la muestra

2.2. INSTRUMENTO

Con el fin de evaluar la progresión del alumnado, se presenta un test en formato ficha en el que se plantean dos tareas de medición: primero una tarea con el objeto desplazado respecto de la marca del cero (MD) y después una medición en la que el objeto está alineado en la marca del cero (MA). Se proporcionan cuatro opciones de respuesta, las cuales corresponden a la respuesta correcta o al uso de estrategias erróneas (EP -izquierda o derecha- o CM). En la Figura 1 se muestra la primera tarea de medición.

¿CUÁNTO MIDE? RODEA EL RESULTADO:

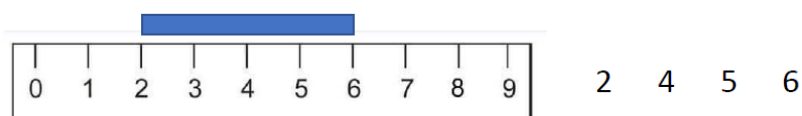


Figura 1. Tarea de medición MD

2.3. PROCEDIMIENTO

Primero se administra el test descrito en el apartado anterior (pre-test), posteriormente se llevan a cabo las distintas intervenciones para el grupo experimental y en el grupo control, y, por último, el alumnado vuelve a realizar el test (post-test).

En el **grupo experimental** se lleva a cabo la propuesta de material didáctico para la transición hacia la medida con regla de Gómezescobar y Fernández-Cézar (2018) incluida en anteriores ediciones del presente congreso, con las modificaciones sugeridas en la memoria de tesis de Gómezescobar (2020). En la

secuenciación propuesta se introducen paulatinamente los elementos que contiene una regla: números, marcas y unidades de longitud (Figura 2) ¹.

Primero, se propone la medida de tiras de cartulina con unidades cuadradas, embalsosándolas evitando que queden huecos o solapamientos. Después, bajo el pretexto de no tener que concatenar las unidades cada vez que se quiera medir una tira, se propone ubicar las unidades en un soporte, surgiendo la primera regla del set. Es importante que, con las seis reglas propuestas, se propongan mediciones con el objeto alineado en la primera marca/unidad, pero también con el objeto desplazado. También es clave pedir al alumnado que verbalice sus estrategias de medida, a través de las preguntas, "¿Cuánto mide la tira?" y "¿Cómo lo has sabido?". La segunda pregunta puede dar información sobre errores conceptuales de medida

La segunda regla, introduce las marcas, en el instrumento de medida, en esta regla es importante comprobar que no están contando la totalidad de las marcas que componen la longitud del objeto (es decir, que no están otorgando a la marca el sentido de unidad de medida). Tras esto, con la excusa de no tener que contar las unidades cada vez que quiera saber la longitud de una tira, estas unidades se numeran, trasladándonos a la tercera regla. Con esta regla es clave medir objetos desplazados para entender el significado de los números como acumulación de distancia desde la marca del cero, hasta la ubicación del número.

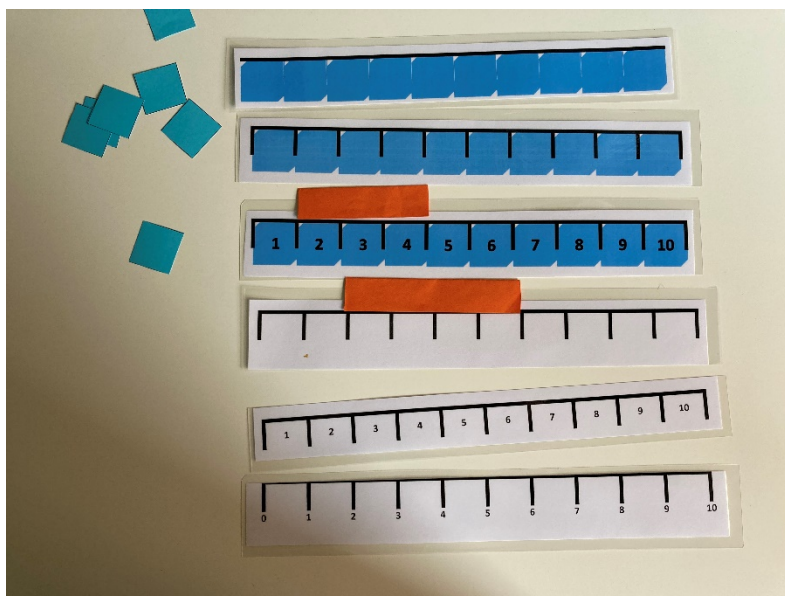


Figura 2. Material grupo experimental

¹ Actualmente, la propuesta está en vías de registro, por lo que se pide **confidencialidad** en la revisión de este documento.

El siguiente paso, para que nuestra regla se parezca a una regla convencional, es retirar las unidades, por lo que en la cuarta regla quedan entre dos marcas las “huellas” que han dejado las unidades. Nuevamente con esta regla es importante comprobar que el alumnado entiende que la unidad de medida no es la marca, sino el espacio entre dos marcas. De nuevo, para evitar el conteo de huellas o espacios entre marcas, se numeran esos espacios; al aparecer números, se volverá a trabajar su significado, a través de la medida de objetos tanto alineados como desplazados respecto de la marca inicial.

Por último, para que nuestra regla se asimile a la regla convencional, se propone situar los números bajo las marcas, de esta manera, a través de la simulación de la construcción de una regla, se han ido introduciendo paulatinamente los elementos de la misma: números, marcas y unidades de medida; lo que constituye la propuesta llevada a cabo en el grupo experimental.

Por otro lado, en el **grupo control** (Figura 3) se lleva a cabo una enseñanza tradicional a través de las unidades de medida y las primera y última regla del set de la Figura 1: la regla con unidades embaldosadas en un soporte, y la regla con números bajo las marcas (similar a la regla convencional). En línea con el trabajo de Levine et al. (2009) se plantea comprobar los resultados de las mediciones con las reglas a través de la situación de unidades sobre la misma.



Figura 3. Material grupo control

En este grupo, también se pide al alumnado que realice mediciones tanto con el objeto alineado, como desplazado. Asimismo, con el fin de detectar posibles errores en la conceptualización de las mediciones se les insta a verbalizar sus estrategias a través de las preguntas: ¿Cuánto mide? y ¿cómo lo has sabido?

2.4. ANÁLISIS

Los datos se analizan con la aplicación Statistical Package for Social Sciences, SPSS, v. 26. El número de respuestas correctas se considera una variable numérica, la cual se trata como porcentaje. Las posibles asociaciones entre

variables se analizan a través de tests χ^2 . Para los resultados del pre y post-test se utilizan diferencias de medias para muestras relacionadas.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las Tablas 2 y 3 muestran el número y porcentaje de respuestas correctas en el grupo experimental y control, respectivamente, para las mediciones MD (objeto desplazado respecto de la marca del cero) y MA (objeto alineado en la marca del cero); así como el resultado del test de Wilcoxon para muestras relacionadas.

	Pre-test	Post-test	Test de Wilcoxon
MD	0	9 (23.70%)	Z = -3.00, p<.00
MA	31 (73.80%)	26 (66.70%)	Z = -0.58, p=.56

Tabla 2. Resultados del grupo experimental

	Pre-test	Post-test	Test de Wilcoxon
MD	5 (15.60%)	8 (21.60%)	Z = -0.38, p=.71
MA	16 (51.60%)	18 (48.60%)	Z = 1.41, p=.16

Tabla 3. Resultados del grupo control

3.1. ¿CÓMO MIDEN CON REGLA LOS ESTUDIANTES DEL ÚLTIMO CURSO DE EDUCACIÓN INFANTIL?

Recordemos que ningún participante había sido instruido en contexto escolar en el uso de la regla. Sin embargo, cuando el objeto está alineado en la marca del cero (MA), más de la mitad de la muestra mide correctamente. Los resultados no son tan satisfactorios cuando el objeto está desplazado con respecto a la marca del cero (MD). La diferencia en estas mediciones se apoya estadísticamente, pues tanto en el grupo experimental, como en el grupo control ($\chi^2=6.36$; $p=.01$), se obtienen diferencias significativas para los resultados correctos para MD y MA. El hecho de que los estudiantes midan mejor con el objeto alineado en la marca del cero que cuando está desplazado es un resultado esperable, pues como se indica anteriormente la tarea es cognitivamente más demandante en el ámbito de la medida de longitud; y coincide con los hallazgos de Levine et al. (2009), Cogndon et al. (2018) y Solomon et al. (2015).

3.2. ¿QUÉ OCURRE TRAS LAS INTERVENCIONES?

En el grupo control en ninguna de las mediciones, MD y MA, se obtienen diferencias significativas. Es decir, parece que la instrucción tradicional a través

de la medición de objetos con unidades y el posterior paso a la medición con regla no mejora la conceptualización de la medida con regla. Esto ocurre a pesar de que, en este trabajo, en línea con otras investigaciones (Levine et al., 2009), la transición entre la medida con unidades y el paso a la medida con regla, a diferencia de la típica enseñanza tradicional, se apoya con la inclusión de las unidades en un soporte y se plantean comprobaciones de mediciones efectuadas con regla a través del uso de unidades.

Por otro lado, en el grupo experimental no se observan diferencias significativas en la medición del objeto alineado (recordemos que ya la tasa de medición de MA era superior a la de MD). Sin embargo, en la tarea conceptualmente más demandante en términos de medida con regla, la medición con el objeto desplazado, sí se obtienen diferencias estadísticamente significativas. Por tanto, parece que la instrucción a través de la inclusión paulatina de los distintos elementos que componen la regla (números, marcas y unidades de medida de longitud) favorece su comprensión.

3.2.1. POSIBLE USENCIA DE TRANSFERENCIA ENTRE LA FASE CONCRETA O MANIPULATIVA Y LA FASE GRÁFICA

Durante las intervenciones, se detectó que ambos grupos, experimental y control, reconocían la necesidad de contar los huecos entre marcas (o unidades de medida) para enunciar una medida correcta. Por tanto, los niños y niñas contestaban, de forma generalizada, correctamente a cómo medir objetos desplazados.

Sin embargo, al realizar el post-test, los resultados correctos fueron menos de los esperados, es decir, estudiantes que en las sesiones de intervención contestaban correctamente a las mediciones, en el post-test dejaron de hacerlo. Entonces, una vez terminado el post-test, a los grupos C y D se les plantea representar con material las tareas del post-test y volver a revisar "la ficha", marcando los resultados en otro color (Figura 4). Son varios los estudiantes que rectifican su respuesta previa para MD.

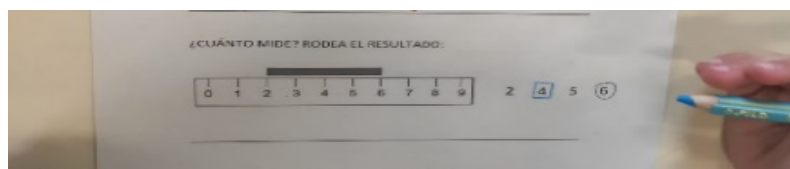


Figura 4. Corrección post-test

Parece que para ciertos estudiantes la transferencia a la representación gráfica plantea un obstáculo. Por tanto, una vez terminada la instrucción, sería bueno plantear situaciones en papel que se puedan modelar manipulativamente. En cuanto a estos resultados, Gómezescobar (2020) plantea que la mayoría de

estudios utilizan pruebas en papel para analizar las concepciones de las niñas y niños sobre medida de longitud, lo que dificulta la transferencia mencionada. Coincidimos con la autora en que la evaluación mediante entrevistas puede salvar este inconveniente, así como obtener información adicional sobre las estrategias de medida del alumnado.

4. CONCLUSIONES

El uso de una secuenciación que introduzca paulatinamente los elementos de una regla (números, marcas y unidades de medida) favorece la conceptualización de la medida con regla. Este tipo de instrucción se contrapone a la enseñanza tradicional, donde primero se propone la medida de objetos con unidades de medida (clips, policubos, etc,...) y de ahí se pasa directamente a la medida con regla, sin pasar por la integración de esas unidades en un soporte de medida.

Para asentar los resultados del presente trabajo, se plantea ampliar la muestra y analizar las estrategias que utilizan los estudiantes. Así como confirmar la ausencia de transferencia entre la fase manipulativa o concreta y gráfica. También se plantea estudiar si sería posible plantear una trayectoria hipotética de aprendizaje derivada de la secuenciación planteada.

Por último, si alguna docente está interesada en utilizar el material, puede ponerse en contacto con las autoras.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto "PAVTOOLS: Herramientas para mejorar la comprensión y resolución de Problemas Aritmético-Verbales (GV/2021/110), concedido por la Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital de la Comunitat Valenciana dentro del Programa para la promoción de la investigación científica, el desarrollo tecnológico y la innovación en la Comunitat Valenciana.

Asimismo, nos gustaría agradecer la colaboración de las maestras donde se han llevado a cabo la experiencia, así como a los estudiantes y mediadores del Programa Promotor, quienes han digitalizado la base de datos.

5. REFERENCIAS

ALSINA, Á. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de los 0 a los 6 años*. Barcelona: Ediciones Octaedro

BRAGG, P., & OUTHRED, L. (2004). A measure of rulers-The importance of units in a measure. M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 159-165. Bergen, Norway: Bergen University College.

CHAMORRO, C. (2003). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 221-244). Pearson Educación.

CHAMORRO, C. y BELMONTE, J. M. (1991). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Editorial Síntesis.

CLARKE, D., CHEESEMAN, J., MCDONOUGH, A., & CLARK, B. (2003). Assessing and developing measurement with young children. D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: 2003 Yearbook* (pp. 68-80). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

CLEMENTS, D. H., BARRETT, J. E., SARAMA, J., CULLEN, C. J., VAN DINE, D. W., EAMES, C. L., KARA, M., KLANDERMAN, D. Y VUKOVICH, M. (2017). Length: A summary report. J. E. Barrett, D. H. Clements, y J. Sarama (Eds.), *Children's measurement: a longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume* (JRME Monograph No. 16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

CONGDON, E. L., KWON, M. K., & LEVINE, S. C. (2018). Learning to measure through action and gesture: Children's prior knowledge matters. *Cognition*, 180, 182-190. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.07.002>

GÓMEZESCOBAR, A. (2020). Estrategias y errores en la medida de la longitud en niños de 4 a 8 años: una propuesta didáctica sobre el uso de la regla (Tesis doctoral). Universidad de Castilla-La Mancha, Toledo.

GÓMEZESCOBAR, A. y FERNÁNDEZ-CÉZAR, R. (2018). Propuesta de material didáctico para la transición hacia la medida con regla. En J. Perales Palacios (Ed.), *Actas del XVII Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Matemáticas en tierra de cine* (pp. 104-112). Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales".

LEVINE, S. C., KWON, M., HUTTENLOCHER, J., RATLIFF, K. R., & DIETZ, K. (2009). Children's understanding of ruler measurement and units of measure: A training study. N. A. Taatgen, & H. van Rijn (Eds.), *31st Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2391-2395). Austin, TX: Cognitive Science Society.

SOLOMON, T. L., VASILYEVA, M., HUTTENLOCHER, J., & LEVINE, S. C. (2015). Minding the gap: Children's difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. *Developmental Psychology*, 51(11), 1564. <https://doi.org/10.1037/a0039707>

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M., & BUYS, K. (2008). *Young children learn measurement and geometry: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school*. Brill Sense.