

SITUACIONES DE APRENDIZAJE PARA DESARROLLAR EL SENTIDO ESTOCÁSTICO QUE ACOMPañAN EL PASO DE LA ETAPA DE PRIMARIA A SECUNDARIA

Nuria Begué, *Universidad de Zaragoza*

Pablo Beltrán-Pellicer, *Universidad de Zaragoza*

Alondra Stuardo, *Universidad de Granada*

RESUMEN

El objetivo de este taller es presentar una serie de situaciones de aprendizaje para trabajar los saberes correspondientes al sentido estocástico descritos en los nuevos desarrollos curriculares de la LOMLOE, las cuales están diseñadas con el objetivo de poder ser implementadas tanto en el último ciclo de la Educación Primaria, como en los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria, puesto que ese momento de transición exige una mirada reflexiva con el fin de acompañar dicho proceso de cambio de etapa educativa. En particular, la propuesta se fundamenta en el trabajo de la probabilidad desde el significado frecuencial como puente para movilizar un conocimiento hacia las ideas que subyacen en un proceso de muestreo, como son la representatividad y la variabilidad muestral. Al haberse realizado la implementación de estas situaciones con alumnado de Educación Primaria y Secundaria, ofrecemos a los participantes en este taller la oportunidad de interpretar diferentes producciones de alumnado, así como las bondades y limitaciones de las actividades presentadas.

Nivel educativo: Primaria (Tercer ciclo) y Secundaria (1º-2ºESO)

1. INTRODUCCIÓN

El tema y las actividades a trabajar en este taller, cobran relevancia dentro del proceso de enseñanza escolar, por varios aspectos. Por un lado, el estudio de la probabilidad desde el significado frecuencial permite al alumnado explorar ideas subyacentes a un proceso de muestreo, como son la variabilidad y la representatividad muestral. La idea de variabilidad intrínseca en el concepto de muestra se apoya en la aleatoriedad o el estudio de la probabilidad (Ben-Zvi et al., 2015). Por otro lado, la Ley de los Grandes Números garantiza que las muestras con un tamaño mayor representan mejor las características de la población de la que es tomada. Por tanto, la Ley de los Grandes Números supone la base del significado frecuencial de la probabilidad conectando a través de dicho significado con ideas asociadas al concepto de muestreo.

Por tanto, se justifica la necesidad de reflexionar sobre tareas ricas que pongan el foco en el trabajo de la probabilidad desde dicho enfoque con el fin de movilizar de manera intuitiva ideas que luego serán revisadas en cursos superiores cuando se trabaje de manera formal los saberes propios de la inferencia estadística.

Aunque en el taller prima el trabajo del significado frecuencial y conecta a través de dicho significado con el clásico, se entiende que en el aula deben mobilizarse los distintos significados de la probabilidad que son adecuados para el nivel que nos situamos, como son el significado intuitivo y clásico.

2. ¿Y LA INVESTIGACIÓN QUE NOS CUENTA?

Desde el campo de la psicología encontramos una serie de investigaciones centradas en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre (Harradine et al., 2011), en términos de *heurísticas*. Una heurística se concibe como una regla de conducta, de carácter generalmente inconsciente, que guía la resolución de las tareas de razonamiento complejas, porque reduce la información de estas. A continuación, presentamos aquellas heurísticas junto con los sesgos asociados que pueden emerger desde las tareas que se presentarán a continuación:

- La *heurística de representatividad* (Tversky y Kahneman, 1982) implica que la probabilidad de obtener una muestra se estima comparando la similitud que guarda la muestra con la población a la que pertenece o bien con el proceso de muestreo que la ha generado. En este sentido el sesgo que puede aparecer es la insensibilidad al tamaño de la muestra (Tversky y Kahneman, 1974). Un sujeto que razone de acuerdo con este sesgo no valorará el número de ensayos que se repite el experimento para estimar la probabilidad. Por tanto, esta persona puede construir la idea de que cualquier muestra independientemente del tamaño representa a la población.
- La *heurística de la disponibilidad* (Tversky y Kahneman, 1974) consiste en estimar la verosimilitud de un suceso basándose en la información previa que una persona tiene sobre la ocurrencia de dicho suceso de interés, identificándose varios sesgos como consecuencia de esta creencia. Por un lado, el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992), que consiste en considerar que los sucesos elementales de fenómeno aleatorio tienen la misma probabilidad de ocurrencia. Serrano (1996) señala que esta creencia tiene un carácter histórico donde la aleatoriedad se inició desde los juegos de azar que cumplían la condición de equiprobabilidad. El significado frecuencial ofrece oportunidades para superar dicho sesgo a través de fenómenos aleatorios que no cumplan dicha condición. Por otro lado, la ilusión de control (Langer, 1982) se corresponde con el hecho de que el sujeto presenta la creencia de controlar el azar que se refuerza con aspectos afectivos como la motivación o la persistencia.

Además, las investigaciones centradas en identificar la comprensión que presentan los estudiantes sobre la probabilidad desde el enfoque frecuencial ponen en relieve las dificultades de los estudiantes, como la presencia del sesgo de equiprobabilidad, la insensibilidad del tamaño de la muestra entre otras (Begué et al., 2019).

Los resultados obtenidos de las investigaciones informan al docente de las dificultades que los estudiantes pueden tener en torno a la aleatoriedad y, en particular, en el cálculo de probabilidades desde el enfoque frecuencial, el cual se conecta con el trabajo del muestreo. Por tanto, la revisión de estos documentos y otros nos sirven de guía para el diseño de situaciones que permitan no solo emerger dichas creencias erróneas sino dar apoyos al alumno para superarlas. A continuación, se presenta una de las cuatro situaciones de aprendizaje aleatorias que se van a presentar y trabajar durante el taller.

3. ¿CÓMO DAR SENTIDO AL SENTIDO ESTOCÁSTICO?

En este taller se va a trabajar en torno a una serie actividades que se caracterizan por desarrollarse en una serie de fases: a) Presentar un contexto en el que se describa un fenómeno aleatorio; b) fomentar la toma de decisión en torno al dispositivo aleatorio revisando; c) experimentación del fenómeno aleatorio y registro de los resultados; d) revisar la pregunta inicial. El punto a) tiene como objetivo detonar a través de una pregunta la reflexión sobre la tarea propuesta. Revisar esta pregunta tras la experimentación permite al identificar que la experimentación realizada conduce caracterizar la probabilidad de cada suceso y, por tanto, pueden apoyarse en los resultados obtenidos para explorar esa pregunta, así como otras que surgen. A continuación, se plantea una de las actividades que se van a trabajar en el taller.

La siguiente actividad está tomada del trabajo de Begué et al. (2018) (Figura 1). Como se identifica desde el enunciado, el fenómeno aleatorio se corresponde con el lanzamiento de chinchetas, donde no se cumple la equiprobabilidad. Por tanto, para explorar esta situación se tiene que recurrir a la experimentación (dispositivo diseñado para trabajarlo en el aula).

Actividad 2- Chinchetas

Un profesor vacía sobre la mesa un paquete de 100 chinchetas obteniendo los siguientes resultados: 68 caen con la punta para arriba y 32 caen hacia abajo.

Supongamos que el profesor pide a 4 niños repetir el experimento, lanzando las 100 chinchetas. Cada niño vacía una caja de 100 chinchetas y obtendrá algunas con la punta hacia arriba y otras con la punta hacia abajo.

a. Escribe en la siguiente tabla un resultado que te parezca probable para cada niño. Justifica tu respuesta.

	María	Pedro	Andrés	Manuel
Punta hacia arriba:				
Punta hacia abajo:				

Figura 1. Actividad sobre el lanzamiento de chinchetas (Begué et al., 2018)

La implementación de estas actividades permite reflexionar sobre las respuestas de los alumnos y revisar cómo la experimentación permite revisar sus creencias previas. Por ejemplo, la respuesta presentada en la Figura 2 refleja que el alumno A1 presenta el sesgo de equiprobabilidad, tanto en las muestras que construye como en la justificación que elabora. Por su parte, desde la respuesta del alumno, A2 (Figura 3), que se presenta en la Figura identificamos una concepción de la aleatoriedad como sinónimo de un proceso que es impredecible (Serrano, 2016).

María	Pedro	Andrés	Manuel
Punta hacia arriba: 50	Punta hacia arriba: 50	Punta hacia arriba: 50	Punta hacia arriba: 50
Punta hacia abajo: 50	Punta hacia abajo: 50	Punta hacia abajo: 50	Punta hacia abajo: 50

Cuenta en estas líneas cómo has rellenado la tabla:
Porque hay 2 opciones y no hay ningún dato.

Figura 2. Respuesta A1 antes de realizar la experimentación

María	Pedro	Andrés	Manuel
Punta hacia arriba: 39	Punta hacia arriba: 92	Punta hacia arriba: 3	Punta hacia arriba: 42
Punta hacia abajo: 61	Punta hacia abajo: 8	Punta hacia abajo: 97	Punta hacia abajo: 58

Cuenta en estas líneas cómo has rellenado la tabla:
Lo he puesto a boteo, porque todo puede ser.

Figura 3. Respuesta A2 antes de realizar la experimentación

Tras la experimentación se vuelve a revisar la pregunta. Al analizar las respuestas que aportaron los mismos estudiantes, identificamos que la experimentación les permite estimar la probabilidad y confrontar con ello las creencias previas reflejadas en la primera pregunta. Además, se observan conexiones con otros sentidos como el numérico donde A1 a través de la cuantificación de la probabilidad representada a través del porcentaje. Por su parte, A2 proporciona un rango de valores entre los que situar la probabilidad del suceso. De esta manera, identifica la variabilidad inherente a la experimentación junto con la necesidad de que se espere que se pueda estimar en torno a un valor o valores, poniendo de manifiesto la concepción de la probabilidad desde el enfoque frecuencial (Batanero, 2005).

- c) Tras la experimentación, ¿crees que es más probable que caiga con la punta hacia arriba o con la punta hacia abajo? Justifica tu respuesta apoyándote en los resultados obtenidos al realizar la experimentación.

Hacia arriba porque es el que mas veces ha salido.

- d) Según la experimentación cuyos datos se han recogido en la tabla, estima la probabilidad de que al lanzar una chincheta caiga con la punta hacia arriba. *Discutid en grupo y escribe tu reflexión aquí.*
- 66%. Porque hemos lanzado 100 chinchetas en total y 66 han caído hacia arriba.*

Figura 4. Respuesta A1 después de realizar la experimentación

- d) Según la experimentación cuyos datos se han recogido en la tabla, estima la probabilidad de que al lanzar una chincheta caiga con la punta hacia arriba. *Discutid en grupo y escribe tu reflexión aquí.*
- Sería más o menos alrededor de 60 y 70 veces.*

Figura 5. Respuesta A2 después de realizar la experimentación

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado dentro del proyecto *PID2019-105601GB-I00* financiada por MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033, con apoyo de los grupos S60_20R - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo) y FQM126 (Junta de Andalucía).

4. REFERENCIAS

BATANERO, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, RELIME, 8(3), 247-263.

BEGUÉ, N., BATANERO, C., & GEA, M. (2018). Comprensión del valor esperado y variabilidad de la proporción muestral por estudiantes de educación secundaria obligatoria. Enseñanza de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 36(2), 63-79.

BEGUÉ, N., BATANERO, C., RUIZ, K., & GEA, M. M. (2019). Understanding sampling: A summary of the research. *Boletín de estadística e investigación operativa-BEIO*, 35(1), 49-78.

BEN-ZVI, D., BAKKER, A., & MAKAR, K. (2015). Learning to reason from samples. *Educational Studies in Mathematics*, 88, 291-303.

HARRADINE, A., BATANERO, C. y ROSSMAN, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (pp. 235-246): Springer.

LANGER, E. J. (1982). The illusion of control. En D. Kahneman, P. Slovic, y A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: Heuristic and biases* (pp. 231-238). Cambridge University Press.

LECOUTRE, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational studies in mathematics*, 23(6), 557-568.

SERRANO, L. (1996). *Significados institucionales y personales de objetos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

TVERSKY, A. y KAHNEMAN, D. (1974): Judgement under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*.185, 1124-1131.

TVERSKY, A. y KAHNEMAN, D. (1982). Judgments of and by representativeness. En D. Kahneman, P.Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 117-128). New York: Cambridge University Press.