

TAREAS CON SENTIDO ALGEBRAICO

María Burgos Navarro, *Universidad de Granada*

RESUMEN

La noción de "sentido matemático" se ha incorporado como elemento organizador de los saberes básicos de las matemáticas escolares. El enfoque competencial que busca desarrollar en los alumnos la capacidad para interpretar, razonar, formular y emplear las matemáticas para resolver problemas en diversos contextos, sitúa al sentido algebraico como elemento integrador del currículo. Esta nueva perspectiva requiere que los docentes conozcan la diversidad de enfoques desde los que se puede abordar su enseñanza. Así, en este taller presentamos una doble propuesta: ejemplos de tareas que fomentan el sentido algebraico y estrategias de diseño y modificación de tareas para desarrollar el sentido algebraico en los estudiantes, partiendo de objetivos vinculados a competencias.

Nivel educativo: Educación primaria, secundaria obligatoria.

1. INTRODUCCIÓN

La normativa curricular vigente define sentido matemático como el conjunto de destrezas relacionadas con el dominio en contexto de contenidos numéricos, métricos, geométricos, algebraicos, estocásticos y socioafectivos que permiten emplear estos contenidos de una manera funcional y con confianza en la resolución de problemas o en la realización de tareas (MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL 2022a, 2022b, 2022c). Esta definición ha sido asumida por el Ministerio de Educación tras la propuesta de las sociedades de profesorado de matemáticas y las sociedades científicas elaborada por el comité español de matemáticas (CEMAT, 2021).

En la nueva propuesta, el sentido matemático vertebra los saberes básicos que persiguen el desarrollo de las competencias clave, expresando una visión actualizada de las matemáticas escolares basada en tres ideas:

- El aprendizaje de las matemáticas con sentido consiste no solo en conocer matemáticas sino en saber utilizarlas en contexto para desenvolverse en diferentes situaciones y resolver problemas. Desde esta postura, el estudiante aprende no solo recibiendo información y acumulándola, sino que lo hace de forma activa mediante la elaboración de los significados.
- Las matemáticas son una ciencia cultural, que se ha desarrollado a lo largo de los siglos para que las personas puedan pensar, entender y actuar ante los problemas de su vida real.
- La enseñanza de las matemáticas debe tener un enfoque funcional, esto es, debe perseguir una función social de resolución de problemas o de

tareas contextualizadas que ayude a los estudiantes a dar sentido a los contenidos matemáticos, a los algoritmos y a las destrezas descontextualizadas a través del establecimiento de conexiones y las actividades aplicadas (RICO Y DÍEZ, 2011).

Como conclusión, consideramos que, para ser matemáticamente competente es necesario y suficiente desarrollar el sentido matemático (RICO, FLORES y RUIZ-HIDALGO, 2015).

1.1. EL DOCENTE Y EL SENTIDO MATEMÁTICO

El docente debe profundizar en el significado de esta noción pero, además, debe preguntarse cómo ha de incorporarla en su labor diaria de enseñanza. Este acercamiento le supondrá un doble esfuerzo: en primer lugar, como aprendiz, ya que debe conocer las componentes y las habilidades de los diferentes sentidos matemáticos así como las relaciones que se pueden establecer entre dichas habilidades; en segundo lugar, como docente, ya que debe tratar de desarrollar estas habilidades en sus estudiantes para lo que debe reflexionar cómo incorporar los elementos de sentido en el diseño y modificación de tareas escolares y qué conexiones se establecen con otros elementos curriculares como, por ejemplo, las situaciones de aprendizaje.

2. SENTIDO ALGEBRAICO

Agrupamos dentro del sentido algebraico aquellas "habilidades que permiten ampliar el lenguaje matemático con la inclusión de términos no numérico, promover su uso para expresar relaciones numéricas, generalizar resultados particulares y disponer de recursos para expresar relaciones entre magnitudes" (RUIZ-HIDALGO y FLORES, 2022, p. 60).

En la descripción anterior, observamos que además de la clásica visión del álgebra como manipulación simbólica que la restringe a los cursos de secundaria y bachillerato, la consideración de sentido algebraico amplía la visión del álgebra escolar al desarrollo de habilidades de generalización y pensamiento computacional, que nos permitirá trabajarlo desde cursos iniciales de la educación.

La lista de todas las habilidades relacionadas con el sentido algebraico sería muy extensa, por lo que proponemos organizarlas en torno a cuatro grandes componentes:

- Generalización de patrones y razonamiento con las generalizaciones.
- Funciones, correspondencia y covariación.
- Sistemas de representación para modelizar situaciones y resolver problemas.
- Resolución de problemas y modelización.

2.1. TAREAS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO ALGEBRAICO

El diseño de tareas para desarrollar el sentido algebraico se puede realizar a partir de los siguientes tipos de tareas (BURGOS, 2023):

- Tareas estructurales, entre ellas, las de aritmética generalizada.
- Tareas de generalización de patrones, propiedades y relaciones en diversos contextos.
- Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones.
- Tareas funcionales.

3. TAREAS QUE DESARROLLAN EL SENTIDO ALGEBRAICO

3.1. TAREAS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO ALGEBRAICO

En la aritmética generalizada los estudiantes llegan a ver las relaciones y propiedades inherentes a las operaciones aritméticas como generalizables. Por ejemplo, en edades tempranas se puede guiar a los alumnos para que descubran que la igualdad $45 - 19 + 19 = 45$ es verdadera independientemente del número que se reste y se vuelva a sumar, o que 45 puede ser cualquier número siempre que el número que se reste y se vuelva a sumar sea el mismo.

El pensamiento estructural se pone manifiesto también cuando un alumno obtiene el valor desconocido en una igualdad numérica, aplicando propiedades generales de la relación de equivalencia y propiedades de las operaciones aritméticas implicadas. Estas tareas pueden completarse con actividades en las que hay que generar diferentes soluciones para que se cumpla la igualdad. Por ejemplo:

Escribe diferentes posibilidades para que se cumpla la igualdad:

$$284 + \underline{\quad\quad\quad} = 534 - \underline{\quad\quad\quad}$$

Esta actividad permite plantear una discusión con los estudiantes sobre la equivalencia entre las diferentes respuestas y el uso de relaciones estructurales.

En el contexto del álgebra escolar se consideran dos formas principales de conceptualizar las relaciones funcionales: el razonamiento covariacional y la relación de correspondencia. Es fundamental que los estudiantes expresen las relaciones entre cantidades y razonen con múltiples representaciones (verbales, tabulares, diagramáticas, gráficas o simbólicas). Por ejemplo, para la situación siguiente (BRIZUELA Y EARNEST, 2008):

Juan tiene ahorrado algo de dinero (sólo tiene euros, no céntimos). Su abuela quiere recompensarle por ayudarla con el jardín. Le ofrece dos tratos:

(a) trato 1: "te doblo el dinero que tienes"; o

(b) trato 2: "te doy el triple de tu dinero y tú me das 7 euros".

¿Qué trato debería escoger?

Puede ser interesante hacer uso del registro tabular o gráfico para identificar propiedades y relaciones entre las cantidades de las magnitudes involucradas que permitan tomar la mejor decisión. También podría ser conveniente guiar al estudiante con preguntas que lleven a una generalización cercana y después lejana, tanto en la relación directa como inversa establecida (BURGOS, 2023).

3.2. DISEÑO DE TAREAS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO ALGEBRAICO

El proceso para el diseño de una tarea puede ser:

1. Definir objetivos de aprendizaje buscando el equilibrio entre el conocimiento conceptual, procedimental y actitudinal.
2. Relacionar los objetivos didácticos con los componentes del sentido algebraico y con el desarrollo de competencias.
3. Proponer una tarea para un determinado nivel educativo, reconociendo el aspecto del sentido algebraico o enfoque del álgebra escolar que permite abordar.
4. Resolver la tarea, a ser posible de varias formas, identificando las posibles dificultades que pueden encontrar los estudiantes.
5. Comprobar si la tarea responde a los objetivos previstos.
6. Enriquecer la tarea.

Puede ocurrir también que se parta de una tarea inicial, no intencionalmente algebraica pero que se pueda adaptar para desarrollar alguno de los aspectos del sentido algebraico. En ese caso, el proceso de modificación de la tarea pasa por:

1. Analizar las expectativas de la tarea inicial.
2. Relacionar los objetivos didácticos con los componentes del sentido algebraico más próximos y con el desarrollo de competencias.
3. Modificar la tarea para involucrar alguno de los aspectos del sentido algebraico.
4. Resolver la tarea identificando saberes requeridos y posibles dificultades.
5. Comprobar si la tarea algebraica responde a los objetivos previstos.
6. Enriquecer la tarea cuando sea preciso.

4. REFERENCIAS

BLANTON, M., BRIZUELA, B., STEPHENS, A., KNUTH, E., ISLER, I., GARDINER, A., STROUD, R., FONGER, N. Y STYLIANOU, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.). Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-year-olds. The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice (pp. 27-50). Cham, Switzerland: Springer.

BRIZUELA, B. Y EARNEST, D. (2008). Multiple notational systems and algebraic understanding: The case of the "best deal" problem. En J. J. Kaput, D. W. Carragher y M. L. Blanton (Eds.) Algebra in the early grades (pp. 273-302). New York: LEA.

BURGOS, M. (2023) razonamiento algebraico elemental. implicaciones en la formación de profesores. Edeal. Servicio de publicaciones de la Universidad de Almería.

CEMAT (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en educación no universitaria*. Comité español de Matemáticas. <https://matematicas.uclm.es/cemat/wp-content/uploads/bases2021.pdf>

KIERAN, C. (2004). *The core of Algebra: Reflections on its main activities*. En K. STACEY, H. CHICK y M. KENDAL(Eds.). *The Future of the Teaching and Learning of Algebra*. The 12th ICMI Study (pp. 21-33). Kluwer academic.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL (2022a). *Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. En BOE n. 52, de 2 de marzo de 2022 (pp. 24386-24504). Madrid: Autor.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL (2022b). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. En BOE n. 76, de 30 de marzo de 2022 (pp. 41571-41789). Madrid: Autor.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL (2022c). *Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato*. En BOE n. 82, de 6 de abril de 2022 (pp. 46047-46408). Madrid: Autor.

NCTM (2001). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. The national Council of Teachers of Mathematics y Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

RICO, L. y DÍEZ, A. (2011). *Las matemáticas y el maestro de Primaria*. En I. SEGOVIA y L. RICO (Coords.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (pp. 23-45). Madrid: Pirámide.

RICO, L., FLORES, P. y RUIZ-HIDALGO, J. F. (2015). *Enseñanza de las matemáticas con sentido*. Uno. Revista de Didáctica de la Matemáticas, 70, pp. 48-54.

RUIZ-HIDALGO, J.F, FLORES, P., RAMÍREZ-UCLÉS, R. Y FERNÁNDEZ-PLAZA, J.A. (2019). *Tareas que desarrollan el sentido matemático en la formación inicial de profesores*. Educación Matemática, 31(1), 121-143.

RUIZ-HIDALGO, J.F. y FLORES, P. (2022). Sentido matemático escolar. En L. BLANCO, N. CLIMENT, M.T. GONZÁLEZ, A. MORENO, G. SÁNCHEZ-MATAMOROS, C. DE CASTRO y C. JIMÉNEZ (Eds.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (pp. 55-79). Editorial Universidad de Granada.