

INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS DE CÁLCULO

José Muñoz Santonja, *IES Macarena, Sevilla*

Antonio Ledesma López, *IES Uno, Requena (Valencia)*

Juan Antonio Hans Martín, *CC. Sta. M.^a de los Reyes, Sevilla*

Antonio Fernández-Aliseda Redondo, *IES El Majuelo, Gines (Sevilla)*

RESUMEN

La historia del cálculo comienza cuando el hombre tiene la necesidad natural y fundamental de contar y nombrar (desarrollo del concepto de número). Para satisfacerla, cada cultura creó su sistema de numeración o aplicó uno ya conocido e inventó diferentes técnicas e instrumentos. En el cálculo, los primeros fueron palos o guijarros de conteo para anotar y memorizar las cantidades; después aparecieron distintos tipos de ábacos y, tras muchos siglos y evolución, actualmente se manejan calculadoras y ordenadores.

De la extensa lista de instrumentos y técnicas que se han diseñado para facilitar el cálculo vamos a abordar en este taller, entre otros, el cálculo mental, con las manos, las tablillas de Neper y las reglas de cálculo logarítmicas.

Nivel educativo: Primaria, secundaria.

1. INTRODUCCIÓN

En el taller presentaremos, de una manera lúdica y manipulativa, algunas técnicas y dispositivos de cálculo utilizados a lo largo de la historia; estos últimos estarán contruidos con recursos baratos y de fácil obtención, fomentando además el uso y reciclado de material que muchas veces se desecha y que cualquiera tiene a su disposición en su entorno cotidiano.

Con ello queremos:

- Utilizar la historia de las matemáticas para contrastar las situaciones sociales de otros tiempos y culturas con las de nuestra sociedad actual.
- Reconocer y valorar los instrumentos de cálculo como manifestaciones del patrimonio cultural de los diferentes pueblos: grandes matemáticos como Neper, Galileo, Pascal o Leibniz buscaron técnicas e instrumentos que hicieran más fáciles los cálculos, que en sus respectivas épocas suponían un grave problema práctico (sobre todo en astronomía y comercio).
- Dar a conocer, a través de recursos aritméticos antiguos, algunas aportaciones matemáticas al desarrollo tecnológico del cálculo.
- Mostrar el fundamento matemático de estos instrumentos y usarlos como fuente de aprendizaje, diversión y entretenimiento, a la vez que provechosos para desarrollar y agilizar la capacidad de cálculo de nuestros alumnos.

- Despertar la curiosidad y popularizar las Matemáticas.

2. NUESTRO CEREBRO

En la edad de la tecnología y la rapidez de los aparatos electrónicos hay uno que no debemos descuidar: nuestro cerebro. El cálculo mental es un ejercicio que debería formar parte de nuestras tareas habituales desde la educación primaria. Algunas actividades serán: contar ascendente y descendentemente; descomponer cantidades para sumar o restar; calcular cuadrados de números acabados en cinco o de números de dos cifras utilizando identidades notables; dividir un número entre cuatro, cinco o seis...

3. NUESTRAS MANOS

Cuando el ser humano necesitó hacer cálculos recurrió a lo que tenía más cerca: los dedos de sus manos.

Con los dedos de las manos también podemos multiplicar. Por ejemplo, la tabla del nueve. Para ello enumeramos del 1 al 10 los dedos de las manos, desde el pulgar de la mano izquierda al pulgar de la mano derecha (Figura 1, izquierda). Si queremos multiplicar 9×7 doblaremos el dedo que hará de multiplicador (7 en nuestro ejemplo). Al doblar uno de los dedos, los situados antes de él indican las decenas y los que están después las unidades del resultado de multiplicar el valor del dedo doblado por nueve (Figura 1, derecha).

Si doblamos el dedo anular de la mano derecha (7) tenemos sin doblar seis dedos antes y tres después: $9 \times 7 = 63$.

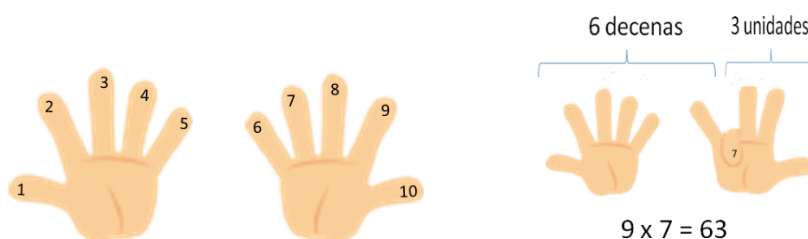


Figura 1. Multiplicación con las manos de 9×7 .

4. TABLILLAS DE NEPER

John Napier o Neper (1550-1617), matemático escocés, realizó dos grandes contribuciones al cálculo: el descubrimiento de los logaritmos y la construcción de instrumentos para realizar operaciones aritméticas.

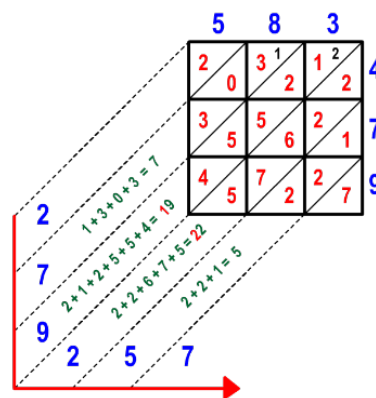
Escribió el libro *Rabdologiae*, publicado en 1617, donde se exponen tres dispositivos para ayudar en los cálculos aritméticos: las *virgulas* (llamadas posteriormente Tablillas o Varillas de Neper); el *multiplicationes promptuario* (Regletas del prontuario) y el *scacchiae abaco* (Calculadora de tablero de ajedrez).

Neper inventó unas tablas en forma de juego de tablillas que servían para calcular productos, divisiones y raíces cuadradas (Figura 2, izquierda). Con este método, los productos se reducen a operaciones de sumas y los cocientes a restas.

El procedimiento para multiplicar con las varillas se denomina “por celosía” (por el parecido con las rejillas de madera de las ventanas venecianas) o “método hindú para multiplicar” (en la India se usaba desde, al menos, el siglo XII) que pasó a Europa (a través de Italia) durante los siglos XIV y XV. Para ello, se colocan horizontalmente el multiplicando y verticalmente el multiplicador y se escribe en las intersecciones fila/columna el resultado del producto de las dos cifras que interesen. A continuación, se suman diagonalmente las cifras por franjas oblicuas; si hay acarreo se sumará con la siguiente franja de la izquierda. Por ejemplo, $583 \times 479 = 279257$ (Figura 2, derecha).



Figura 2. Izquierda: tablillas de Neper.



Derecha: multiplicación por celosía.

En la figura 3, izquierda, se muestra cómo utilizar las tablillas para multiplicar, aplicándolas al ejemplo 576×6 . Seleccionadas las regletas del 5, del 7 y del 6 (para el multiplicando) y acotada la fila correspondiente al multiplicador 6 (entre las barras verdes en la misma imagen), multiplicando por celosía se obtiene como resultado el valor 3456.

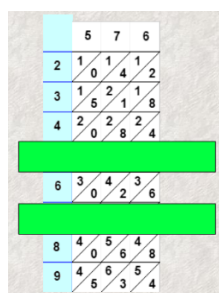


Figura 3. Izquierda: multiplicación de 576×6 usando las tablillas de Neper.
Derecha: Prontuario de Neper para calcular 43×67 .

El uso de las tablillas es muy sencillo (basta con saber sumar), pero tiene un inconveniente: directamente solo sirve cuando el multiplicador tiene una sola cifra.

Si éste tuviese dos o más cifras, habría que copiar aparte las distintas filas correspondientes a los dígitos que lo componen (productos parciales), ordenarlas tal y como aparecen en el multiplicador y realizar las sumas diagonales del método de celosía. Por ejemplo, para multiplicar 576×64 habría que copiar la

fila del dígito 6 (Figura 3, izquierda), luego, y debajo, la del dígito 4 (por encima de la primera barra verde en la misma figura) y realizar las sumas diagonales.

5. LAS REGLITAS DEL PRONTUARIO DE NEPER

Las *regletas del prontuario* permiten multiplicar mecánicamente dos números de varias cifras sin más que saber sumar (Figura 3, derecha). El juego de regletas está formado por 10 regletas numéricas, que se colocan de forma vertical, (en blanco en la Figura 3, derecha) y 10 regletas lectoras, con perforaciones, que se disponen de forma horizontal sobre las numéricas (en amarillo en la Figura 3, derecha).

Todas las regletas (verticales y horizontales) se componen de módulos matriciales de tamaño 3x3 que se repiten varias veces. El número de repeticiones determina el máximo de dígitos que pueden tener los factores que se desean multiplicar.

6. CALCULADORA DE TABLERO DE AJEDREZ BINARIO DE NEPER

La *calculadora de tablero de ajedrez binario de Neper* se describe en la sección final de su libro *Rabdologiae*. Presenta las reglas para su uso y expone cómo usar el tablero para sumar, restar, multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas.

La *calculadora de tablero de ajedrez* se basa en la mediación (reducir a la mitad) y la duplicación (doblar), manejadas a través de un conjunto intermedio de números por "ubicación".

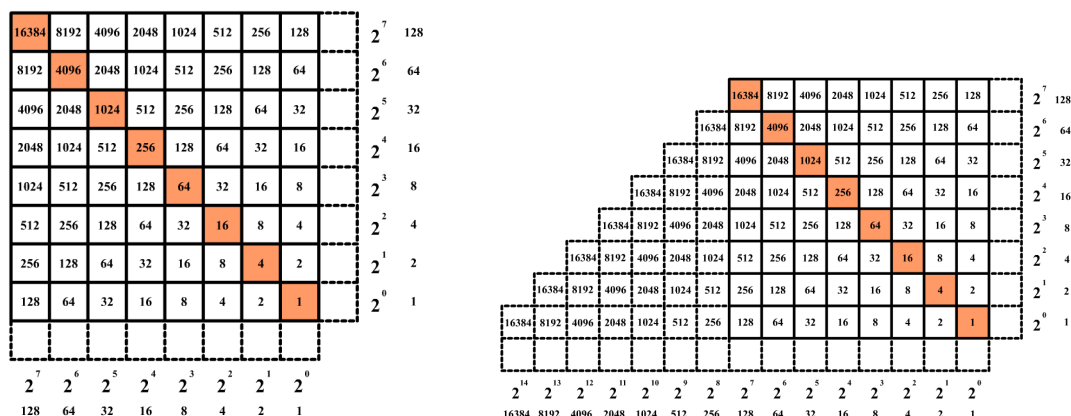


Figura 4. Izquierda: Tabla de doble entrada con las potencias de 2.
 Derecha: Tabla ampliada escalonada.

El tablero de cálculo bidimensional de Neper parte de un tablero de ajedrez con un margen horizontal inferior y un margen vertical derecho; los márgenes se utilizan para representar los valores en decimal y en potencia de 2, partiendo de 1 progresando en las dos direcciones.

7. REGLA DE CÁLCULO CIRCULAR Y RECTANGULAR: REGLAS BÁSICAS

La *regla de cálculo logarítmica* (Figura 5) es un instrumento de cálculo analógico que permite realizar operaciones aritméticas de una forma rápida y sencilla.

Su autoría es dudosa. Sí se sabe que apareció pocos años después de que el matemático John Napier descubriera el concepto y las propiedades de los logaritmos naturales en 1614, y de que el matemático inglés Henry Briggs (1561–1630) introdujera los logaritmos de base decimal.

El clérigo y astrónomo inglés Edmund Gunter (1581–1626) fue el primero en aplicar los logaritmos a una escala rectilínea; escala que se conoció con el nombre de *línea de Gunter*. Hacia 1630, William Oughtred (1574–1660), matemático inglés, juntó las escalas de dos líneas de Gunter por lo que se le considera el inventor de la regla de cálculo, tanto en la versión rectilínea como circular.

La regla de cálculo es una tabla de logaritmos donde los valores no están indicados en forma numérica, sino gráficamente.

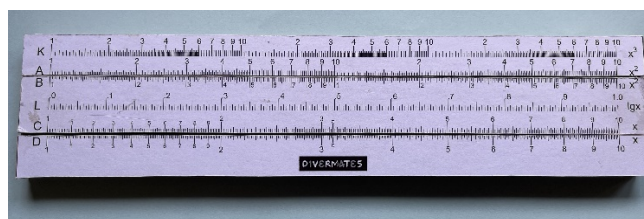


Figura 5. Regla de cálculo circular (Izquierda) y regla de cálculo rectangular (Derecha).

REFERENCIAS

GORRIZ, M. y VILCHES, S. (2017). *Napier: la semilla del cálculo y la computación*, Genios de las matemáticas, RBA, Barcelona.

MAESTRE, N. (11 de noviembre de 2016). Regla de cálculo, un viaje al pasado, Divermates. <https://divermates.es/la-regla-de-calculo/>

NEPERO, I. (1626). *Rabdologiae seu Numerationis per Virgulas libri duo*, Books Google.

https://books.google.es/books?id=VRQ1AAAACAAJ&printsec=frontcover&dq=rabdologiae+seu+numerationis+per+virgulas+libri+duo&hl=es&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=rabdologiae%20seu%20numerationis%20per%20virgulas%20libri%20duo&f=false

REQUENA, A. (2001). *Una joya de la corona: el ábaco neperiano*, Profes.net, Editorial SM.