

## HEXAFLEXÁGONOS, POLIMINÓS Y CALEIDOSCOPIOS. RETOS MATEMÁTICOS PARA LAS XVIII CEAM

**Flores Lamolda, Lucía** *Facultad Ciencias Educación, Universidad de Granada.*

**Flores, Pablo**, *Universidad Granada*

**Berenguer Cruz, Luis**, *IES Américo Castro, Huetor Tajar (Granada)*

### RESUMEN

La organización de las XVIII CEAM ha entregado a cada participante un reto matemático cada día del Congreso. En este taller se pondrán en común las soluciones planteadas a dichos retos y se profundizará en su significado matemático. En concreto, pretendemos:

- Apreciar cualidades del hexaflexágono y estudiar sus posibilidades.
- Formar diversos poliminós con el octominó, y seleccionar cuál de ellos es el desarrollo de un cubo.
- Indagar sobre las piezas que forman los caleidoscopios que permiten ver los poliedros regulares y compartir imágenes creativas generadas a partir de dichos caleidoscopios.

**Nivel educativo:** Internivel.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los organizadores de este congreso han seleccionado una serie de retos para entregarlos cada día, coincidiendo con la firma de asistencia. Con ello quieren darle una dimensión lúdica relacionada con la educación matemática, basada en objetos que reúnen dos cualidades, su plasticidad y su interés matemático.

El empleo de juegos en educación matemática es tradicional, y la SAEM THALES, organizadora de estas jornadas ha sido transmisora de su interés a través de diversas actividades y prácticas.

Miguel de Guzmán (1984), mostraba el interés educativo del juego, partiendo de examinar la relación que ha tenido la matemática con lo lúdico, y haciendo un recorrido por diversos juegos que resultan interesantes para estimular el aprendizaje de las matemáticas. La bibliografía sobre educación matemática y juegos es amplia y bien conocida por todos. La editorial Tarquin ha generado una serie de cuadernillos que tratan sobre diversos juegos plásticos que podemos emplear. También autores clásicos en matemática divulgativa, como Martin Gardner (1956), Claudi Alsina y colaboradores (), y Ana García Azcárate (2013), nos han suministrado abundante material. En nuestra región, los trabajos del grupo Alquerque han sido un referente importante para el estudio de los juegos y su empleo educativo.

En esta ocasión se han seleccionado tres objetos fáciles de construir, y por tanto de realizar por los organizadores (especialmente cuando contamos con la colaboración de nuestro amigo Luis Berenguer), pero que proponen situaciones interesantes: Los hexaflexágonos, los poliminós y los caleidoscopios.

## 2. RETOS PLANTEADOS

Hemos seleccionado tres objetos geométricos para plantear retos. Todos ellos están contruidos en cartón, pero pueden realizarse con otros materiales rígidos, siempre que incluyan aristas por las que doblar, los dos primeros. Los retos planteados se basan en apreciar las cualidades del objeto, pero también de examinar matemáticamente sus posibilidades. Vamos a delimitar cada uno de ellos, y a recoger los retos planteados, que serán formulados a través de un código QR, y de los que recogeremos sus soluciones en el curso de este taller para apreciar la riqueza de las soluciones planteadas y sus posibilidades educativas

### 2.1. HEXAFLEXÁGONO

Siguiendo la línea marcada en lo que Byrnes (1986) llama metamorfosis, el primer objeto permite sorpresas matemáticas por transformación.

Como señala Mytchell (2003), el hexaflexágono se puede construir con papel pegado, y genera una metamorfosis de apariencia plana, aunque su construcción requiera emplear más de una capa, y además la transformación se realiza mediante un realce de tres aristas, que permiten la aparición de nuevas caras, ocultas anteriormente, por lo que se trata de un objeto tridimensional. Su apariencia plana se presta a realizar dibujos en las caras visibles, que se irán desplazando por giros a través de los diversos movimientos. Además, al estar constituido por triángulos unidos por sus lados, permite interpretarlos como desarrollos de deltaedros.

Por tanto, el hexaflexágono permite abordar retos de tres tipos, aprovechar su construcción para formar figuras planas o deltaedros diversos, encontrar sus medidas, o apreciar su configuración topológica.

En el taller se plantearán los siguientes retos a partir del hexaflexágono:

- 1) Identificar una cinta de Moebius y estudiar su tipo (dibujar, contar los bordes, contar las caras, contar las vueltas dadas, cortar por la mitad, cortar a un tercio, etc.).
  - a) Cortar por la mitad y por un tercio y observar qué figuras se obtienen además de justificar las diferencias.
  - b) Dibujar a un medio y a un tercio una región y observar las diferencias.
  - c) ¿Qué relación existe entre cortar y dibujar rellenando la región correspondiente?.
- 2) Obtener polígonos: hexágono, triángulo, rombo
- 3) Obtener poliedros:

- a. Pirámide cuadrada
  - b. 2 pirámides cuadradas unidas por una cara
  - c. Tres tetraedros unidos por caras
  - d. Una bipirámide triangular
  - e. Un octaedro
- 4) Buscar medidas:
- a. A partir del lado del hexágono, determinar el lado del paralelogramo que permite construirlo
  - b. Obtener la superficie de este paralelogramo
  - c. Perímetro y área de los polígonos construidos
- 5) Estudiar si pueden construirse todas estas figuras a partir de un hexágono construido con piezas triangulares rígidas unidas por articulaciones.
- 6) Relacionar con el juego infantil de los rectángulos unidos con cintas, y con la funda de gafas, etc. Construir el juego infantil cerrando el ciclo.

## 2.2. POLIMINÓS

Un poliminó es una figura que se obtiene juntando cuadrados lado a lado (Carrasco y Peralta, 2013). Dependiendo de la cantidad de cuadrados usados para construir el poliminó, recibirán distintos nombres: dominó para la que está formada por dos cuadrados, triminós para los que tienen tres cuadrados, tetraminós para los de cuatro...etcétera. El reto segundo consiste en formar un cubo con una serie de cuadrados unidos por sus lados. La figura que se entrega es un poliminó.

El poliminó es una figura plana, pero su articulación permite considerarlo el desarrollo de poliedros cuyas caras sean cuadradas. Estudiar cualidades de este poliminó y relacionarlo con los desarrollos planos serán los retos planteados.

Más concretamente planteamos lo siguiente:

- 1) A partir del octominó proporcionado estudiar los distintos tipos de poliminós que pueden obtenerse:
  - a. Formar todos los tetraminós posibles
  - b. Formar el máximo de pentaminós posibles
  - c. Formar el máximo de hexaminós posibles
- 2) Formar el cubo a partir del octominó
- 3) Examinar qué hexaminós constituyen el desarrollo plano de un cubo

## 2.3. CALEIDOSCOPIO

El caleidoscopio clásico es un instrumento formado por tres espejos rectangulares, unidos de manera que forman un prisma triangular, en el que la parte reflectante del espejo queda orientada hacia dentro. Este prisma se introduce dentro de un cilindro (Vicent, 2016).

Pero también podemos concebir caleidoscopios en que los espejos no sean paralelos, sino concurrentes en un punto, con lo que aparecerán figuras más originales, cuando se coloquen en su interior. Es decir, formarán una pirámide,

no un prisma (Alsina et al., 1988). En nuestro caso, hemos considerado caleidoscopios formados por troncos de prisma, lo que permite que dejen un hueco libre que se puede colocar sobre una superficie plana, que se reflejará en los espejos, formando polígonos para generar poliedros regulares.

Las caras de estos caleidoscopios son trapecios isósceles, y las medidas de sus ángulos tienen que ser adecuadas para producir los ángulos diedros que forman las caras de dichos poliedros (Guillén, 1988).

En este caso vamos a plantear dos tipos de retos, el primero de naturaleza geométrica, y el segundo más artístico.

1.- Conociendo las características y medidas de los rectilíneos de los diedros de los poliedros regulares formados, determinar los ángulos de los trapecios que constituyen en caleidoscopio.

2.- Formar figuras originales, colocando en el interior del caleidoscopio elementos del entorno. (Por ejemplo, si en el caleidoscopio del icosaedro se coloca un trozo de tetraedro regular, aparecerá un icosaedro estrellado, pero se espera imaginación de los participantes, para presentar figuras sorprendentes, que nos obliguen a deshacer las simetrías, para identificar el objeto que se ha colocado en su interior.

### 3. DESARROLLO DEL TALLER

- El taller consistirá en poner en común las respuestas que tengan los asistentes, buscar soluciones en caso de que no se hayan encontrado y:
- Se recogerán los retos propuestos por los participantes/estimular a que se planteen retos nuevos con los asistentes

### 4. REFERENCIAS

ALSINA, C., BURGUÉS, C. Y FORTUNY, J.M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid, Síntesis.

BYRNES, R. (1986). *Metamorphs*. London, Tarquin.

DE GUZMÁN, M., (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*, IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Santa Cruz de Tenerife, 10-14.

GARCÍA AZCÁRATE, A. (2013). *Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas*. Madrid, Avinareta.

GUILLÉN, . (1988). *Poliedros*. Madrid, Síntesis.

MITCHELL, D. (2003). *The magic of flexagons. Manipulative paper puzzles to cut and glue together*. London, Tarquin.

VICENT, D. (2016)..