

## CUESTIONARIO: "TU INTUICIÓN MATEMÁTICA, A PRUEBA"

**IPMC 0.** - Sessa, inventor del ajedrez, pidió como premio al príncipe de la India, que le entregase un grano de trigo por la primera casilla del tablero de ajedrez, dos granos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta, y así sucesivamente hasta la casilla sesenta y cuatro. ¿Cuántos granos de arroz aproximadamente crees que le dieron?

- a) Unos cincuenta paquetes de arroz de kilo.
- b) La cosecha de arroz obtenida al sembrar toda la tierra.
- c) La cosecha de arroz obtenida al sembrar toda la tierra durante 65 años.

Actividad 1.- Responde intuitivamente a la pregunta anterior, sin realizar cálculos.

Actividad 2.- Planifica la simulación del experimento correspondiente. Por ejemplo, en una hoja de papel cuadriculado, dibuja un tablero de ajedrez y representa con puntos los granos de arroz.

Actividad 3.- Realiza la operación correspondiente:  $1+2+2^2+2^3+ \dots +2^{63}$  y verifica tu hipótesis (la respuesta correcta es la c)

Es importante resaltar que las preguntas se contesten siguiendo el orden anterior. Sobre todo, para que la respuesta a la actividad 1 sea intuitiva, conviene pedir una contestación rápida tanto a los alumnos como a nosotros mismos. Sorpréndelos. En el apartado "Echando cuentas" encontrarás algunas indicaciones para las respuestas correctas.

**IPMC 1.** - Imagina que tienes colocada una cuerda ajustada a tu cintura. Si le añades un metro y vuelves a colocarla alrededor con el mismo centro que la anterior, la nueva circunferencia se separa de tu cintura aproximadamente 16 cm. Si al ecuador terrestre se le añade un metro y se vuelve a colocar de manera concéntrica, ¿cuánto se separará de la superficie terrestre aproximadamente?

- a) menos que en el caso de tu cintura
- b) exactamente lo mismo
- c) más que en el caso de tu cintura.

**IPMC 2.** - Dobla un folio por la mitad y vuelve a doblar por la mitad el resultado obtenido. Así sucesivamente hasta que te lo permita el papel. La altura que alcanza el papel doblado va aumentando a medida que se van realizando dobleces. Imagina que tienes un folio de grandes dimensiones. ¿Aproximadamente, cuántos dobleces serían necesarios para que subidos en lo alto, pudiésemos tocar la luna?

- a) unas 100.000 veces
- b) unas 43 veces
- c) unas 25 veces

**IPMC 3.** - A veces los mejores amigos son tus propios compañeros de clase y a muchos de ellos los conociste por estar sentado a su lado. ¿Ha sido casualidad? Imagina que estáis 25 alumnos en clase, las mesas no se pueden mover y que en cada segundo os ordenáis de una manera distinta. ¿Cuánto tiempo necesitaréis para ordenaros de todas las formas posibles?

- a) más de 400.000 billones de años
- b) unas seis horas.
- c) aproximadamente cinco meses

**IPMC 4.** - Se deja caer desde 1 metro de altura una pelota especial, que siempre se mueve con velocidad 1m/s. Cada vez que la pelota rebota en el suelo y vuelve a subir, un jugador la vuelve a botar desde la mitad de la altura desde la que ha caído, es decir, tras el primer bote alcanza 0.5 metros, tras el tercero 0.25... y así sucesivamente, ¿cuánto tiempo tardará en detenerse la pelota?

- a) Nunca se detendrá, pues siempre subirá una cantidad por pequeña que sea
- b) Aproximadamente tres segundos
- c) Unas tres horas.

**IPMC 5.** - En un país de 40 millones de habitantes, cada uno de ellos escribe su nombre en un papel y los colocan todos en una urna. Cada habitante, al azar, escoge un papel. ¿Cuál crees que será la probabilidad de que a ninguno le haya correspondido su propio nombre?

- a) Mayor de 80 %. Es difícil que una habitante escoja su nombre entre tanta papeleta.
- b) Entre 30 y 40 %
- c) Menor de 20 %

**IPMC 6.** - Imagina un mapa de cualquier país y divídelo en tantas provincias como quieras. ¿Cuántos colores crees que serán necesarios para que las provincias que sean vecinas estén coloreadas de distinto color?

- a) Siempre dependerá de las regiones que dibujemos.
- b) Con cuatro colores será suficiente
- c) Con tres colores será suficiente

**IPMC 7.** - Nuevamente, imagina que estáis 25 alumnos en una clase. ¿Cuál crees que será la probabilidad de que al menos dos personas cumplan años el mismo día?

- a) Más del 55 %
- b) Más del 95 %
- c)  $\frac{25}{365} = 0.068...$  Menos del 7 % pues hay 365 cumpleaños posibles y sólo 25 fechas.

**IPMC 8.** - Un mago te presenta tres tarjetas boca abajo. Sólo una de ellas tiene un premio. Eliges una al azar. El mago, que conoce donde está el premio, levanta otra tarjeta distinta a la elegida, mostrándote que ésta no está premiada y te pregunta ¿quieres cambiar tu elección?

- a) No cambias, ya que quedan dos tarjetas con posible premio y crees haber elegido la premiada desde el principio.

+ que una

- b) Cambias, porque las dos tarjetas que quedan con posible premio tienen 50 % de probabilidad de ser la premiada y a lo mejor no escogiste la correcta al principio.
- c) Cambias, ya la probabilidad de que la carta que escogiste sea la premiada es menor que la otra que queda boca abajo.

**IPMC 9.** - Piensa un número. Súmale el siguiente. Súmale 9. Divídelo entre 2 y réstale el número que pensaste. ¿Te sale 5?

- a) El profesor de matemáticas tiene poderes
- b) Siempre sale cinco y da igual el número que pienses
- c) Seguro que puedo encontrar un número extraño para que no se cumpla.

**IPMC 10.** - Coge con una mano seis trozos iguales de cuerda y sujétalos por el centro de manera que tu compañero no sepa qué extremo es el de cada cuerda. Dile que tome dos cabos de los extremos superiores al azar, los anude y que repita esta operación con las restantes dos parejas de cabos superiores. Cuando termine, dile que haga lo mismo con los extremos inferiores. Suéltalos, ¿cuál crees que será la probabilidad de que se obtenga un único collar?

- a) Más del 50 %
- b) Menos del 10 %
- c) Entre el 40 y el 50 %

**Respuestas:**

1\_\_ 2\_\_ 3\_\_ 4\_\_ 5\_\_ 6\_\_ 7\_\_ 8\_\_ 9\_\_ 10\_\_

## ECHANDO CUENTAS

Una vez que se ha contestado de manera intuitiva y se han realizado las simulaciones correspondientes, compara las respuestas con las que a continuación te presentamos:

**IPMC 1.-** b) Si a la longitud de una circunferencia de radio  $R$ , le añadimos un metro, el nuevo radio obtenido es  $\frac{2\pi R + 1}{2\pi} = R + \frac{1}{2\pi} = R + 0.159$  m.

**IPMC 2.-** b) Si consideramos que la distancia media de la tierra a la luna es de 384.400 km. y que 100 folios son aproximadamente 8mm, necesitaríamos unos  $4805 \times 10^9$  folios.

Es decir:  $2^n = 4805 \times 10^9$ ;  $n = \log_2 (4805 \times 10^9)$ ;  $n = \frac{9 + \log 4805}{\log 2} = 42,12$ . Al doblarlo 43 veces, habríamos sobrepasado la distancia a la luna.

**IPMC 3.-** a) Las ordenaciones distintas darían lugar a  $25! = 1.551121004 \times 10^{25}$  segundos. Es decir  $491857.2439 \times 10^{12}$  años, esto es más de 491.857 billones de años

**IPMC 4.-** b) El espacio recorrido hacia abajo será  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  y el espacio recorrido hacia arriba será  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ . Como la suma infinita  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  tiene límite 1, el resultado sería  $1 + 2(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots) = 1 + 2 = 3$  metros.

Como la velocidad es 1 m/s, tardará 3 segundos

**IPMC 5.-** b) Como vimos en la sección anterior, si llamamos  $S_{25}$  al suceso "Ningún jugador escoge su propio nombre", obtenemos:

$$P(S_{25}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + (-1)^k \frac{1}{k!} + \dots + (-1)^{25} \frac{1}{25!} = \sum_{k=2}^{25} (-1)^k \frac{1}{k!}$$

Es decir, aproximadamente 0.367879441...

**IPMC 6.-** b) Aunque todavía existen reticencias para confirmar la demostración del llamado teorema de los cuatro colores, pues se realizó con programas informáticos, parece que la conjetura es cierta y bastan cuatro colores.

**IPMC 7.-** a) Si llamamos  $A$  al suceso "ninguno cumpla años el mismo día" y consideramos un año no bisiesto, necesitamos que el segundo niño no cumpla años el mismo día que el primero, que el tercero no los cumpla ni cuando el primero ni el segundo... esto es:

$$P(A) = \frac{364}{365} \frac{363}{365} \frac{362}{365} \dots \frac{341}{365} = 0.4313...$$

Por lo tanto la probabilidad de que al menos dos cumplan años el mismo día es de 0.5686...

**IPMC 8.**- c) La tarjeta que elegimos al principio tiene una probabilidad de  $\frac{1}{3}$  de ser la premiada, mientras que la otra que queda boca abajo tiene probabilidad  $\frac{2}{3}$ , ya que el mago, al conocer la premiada, nos la ha propuesto una vez eliminada una carta no premiada. Para entenderlo mejor, sugerimos pensar el mismo experimento con 100 cartas, en el que, tras elegir una, el mago nos levanta 98 no premiadas y nos pregunta ¿quieres cambiar?

**IPMC 9.**- b) Sólo depende de la operación  $\frac{n+(n+1)+9}{2} - n = n+5 - n = 5$ .

**IPMC 10.**- a) Supongamos que los extremos superiores están emparejados  $S_1-S_2$ ,  $S_3-S_4$  y  $S_5-S_6$ . Para que se obtenga el collar, el extremo inferior  $I_1$  no debe estar emparejado con  $I_2$ , es decir, la probabilidad es de  $\frac{4}{5}$ . Si esto ha ocurrido, la probabilidad para que  $I_2$  forme un collar único es ahora de  $\frac{2}{3}$ . Los otros dos cabos restantes tienen que unirse.

Es decir, la probabilidad de formar un collar único es de  $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = 0.5333\dots$