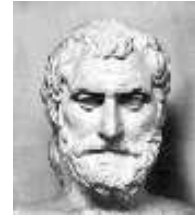




OME

## I Concurso de Otoño de Matemáticas 2010



SAEM Thales

### *Prueba de Bachillerato*

#### **Duración de la prueba:**

\*\* Dispones de **1h. 45m.**

#### **Puntuación:**

\*\* Cada respuesta correcta: **5 puntos**

\*\* Cada respuesta incorrecta: **0 puntos**

\*\* Cada respuesta en blanco: **2 puntos**

#### **Respuestas:**

\*\* Marca con una **X** la respuesta que consideres correcta.

\*\* Si te equivocas, escribe **NO** en la equivocada y marca con una **X** la que creas correcta.

#### **Normas:**

\*\* No te olvides de poner tu nombre completo en cada hoja.

\*\* No puedes usar calculadoras ni reglas graduadas ni ningún otro instrumento de medida.

\*\* Usa exclusivamente, como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc, los folios en blanco que te facilitamos.

#### **Consejos:**

\*\* Es difícil contestar correctamente a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles y cuando las hayas contestado, inténtalo con las restantes.

\*\* No contestes en ningún caso al azar. Observa en las puntuaciones que las respuestas erróneas están penalizadas con 0 puntos.

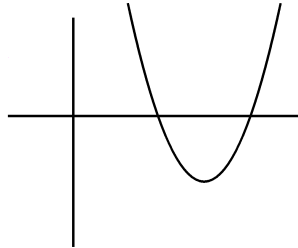


Ánimo y suerte!!

Sol: BABAC AAABC DEDBD DECCC

Apellidos ..... Nombre .....

**Ejercicio 1.**– La gráfica de abajo corresponde a la parábola de ecuación  $y = ax^2 + bx + c$ .



Entonces:

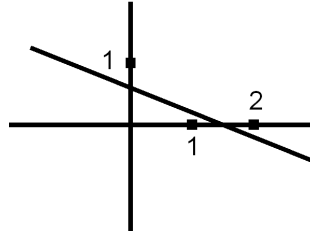
A)  $a > 0, b > 0, c > 0$      B)  $a > 0, b < 0, c > 0$     C)  $a < 0, b > 0, c < 0$

D)  $a > 0, b < 0, c < 0$     E)  $a > 0, b > 0, c < 0$

**Ejercicio 2.**– Sean  $M = 2 \times 2005^{2006}$ ,  $N = 2005^{2006}$ ,  $P = 2004 \times 2005^{2005}$ ,  $Q = 2 \times 2005^{2005}$ ,  $R = 2005^{2005}$ , y  $S = 2005^{2004}$ . De los siguientes números, ¿cuál es el mayor?

A)  $M - N$     B)  $N - P$     C)  $P - Q$     D)  $Q - R$     E)  $R - S$

**Ejercicio 3.**– La gráfica de la siguiente figura es la de la recta  $y = mx + n$



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A)  $m \cdot n < -1$      B)  $-1 < m \cdot n < 0$     C)  $m \cdot n = 0$     D)  $0 < m \cdot n < 1$     E)  $m \cdot n > 1$

**Ejercicio 4.**– Si  $\begin{cases} a + b = 4 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \end{cases}$  entonces  $a^2 + b^2$  es igual a:

A) 12    B) 10    C) 8    D) 4    E) 2

**Ejercicio 5.**– La parábola simétrica de  $y = x^2 - 6x + 13$  respecto a  $x = 2$  es:

A)  $y = x^2 - 2x + 13$     B)  $y = x^2 + 4x + 8$      C)  $y = x^2 - 2x + 5$

D)  $y = x^2 + 4x + 13$     E)  $y = x^2 + 6x + 13$

**Ejercicio 6.**– Con centro en el punto  $Q(0, 1)$  giramos el punto  $P(2, 3)$  un ángulo de  $60^\circ$  en el sentido de las agujas del reloj. El punto resultante está en la recta:

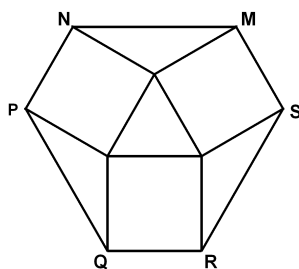
A)  $x + y = 3$     B)  $x - y = 0$     C)  $x + y = 2$     D)  $x + y = \sqrt{3}$     E)  $x - y = 2$

Apellidos ..... Nombre .....

**Ejercicio 7.**— Entre todos los triángulos isósceles de perímetro  $25\text{cm}$  y cuyos lados tienen medida entera en centímetros, el de mayor superficie tiene un área, en  $\text{cm}^2$ , igual a:

- A)  $\frac{45\sqrt{7}}{4}$     B)  $\frac{45\sqrt{11}}{4}$     C)  $16\sqrt{3}$     D)  $43\sqrt{91}$     E)  $\frac{41\sqrt{7}}{4}$

**Ejercicio 8.**— La figura siguiente está formada a partir del triángulo equilátero interior, cuyo lado mide  $1\text{cm}$ , y los cuadrados adosados a sus lados,



¿cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área del hexágono  $MNPQRS$ ?

- A)  $3 + \sqrt{3}$     B)  $3\sqrt{2}$     C)  $\frac{9}{2}$     D)  $4\sqrt{3}$     E) 6

**Ejercicio 9.**— Sean los puntos  $P(0, 9)$  y  $Q(0, 12)$ . Los puntos  $P'$  y  $Q'$  están en la recta  $y = x$ . Las rectas  $PP'$  y  $QQ'$  se cortan en  $R(2, 8)$ . Entonces, la longitud del segmento  $P'Q'$  es:

- A) 2     B)  $2\sqrt{2}$     C) 3    D)  $2 + \sqrt{2}$     E)  $3\sqrt{2}$

**Ejercicio 10.**— Sea  $N = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$ . Las dos últimas cifras de  $N$  son:

- A) 10    B) 30     C) 50    D) 70    E) 81

**Ejercicio 11.**— Si la suma de la progresión geométrica decreciente ilimitada  $1, \cos^2\alpha, \cos^4\alpha, \cos^6\alpha, \dots$  es igual a 5, ¿cuál es el valor de  $\cos 2\alpha$ ?

- A)  $\frac{1}{5}$     B)  $\frac{2}{5}$     C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$      D)  $\frac{3}{5}$     E)  $\frac{4}{5}$

**Ejercicio 12.**— Las circunferencias  $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0$  y  $x^2 + 2x + y^2 + 2y = 18$  se cortan en puntos de la recta:

- A)  $x + y = 3$     B)  $2x - y = 6$     C)  $3x - 4y = 2$     D)  $x + y = \sqrt{3}$      E)  $3x + 2y = 9$

**Ejercicio 13.**— En un monedero tenemos 2 monedas de un céntimo de euro, 2 de cinco, 2 de diez y 2 de veinte céntimos. Si sacamos del monedero simultáneamente dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea superior o igual a 20 céntimos?

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{2}{5}$     C)  $\frac{3}{7}$      D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{2}{3}$

Apellidos ..... Nombre .....

**Ejercicio 14.**– El valor máximo del producto  $x \cdot y$  en la región:  $\{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 4\}$  es:

- A) 1       B) 2      C) 3      D) 4      E)  $\sqrt{5}$

**Ejercicio 15.**– ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación:  $|x^2 - 6x + 5| = |x^2 - 3x + 1|$ ?

- A) ninguna      B) una      C) dos       D) tres      E) cuatro

**Ejercicio 16.**– ¿Cuántas asíntotas tiene la curva de ecuación  $\frac{x^5 + 3x - 1}{2x^4 - 1}$ ?

- A) ninguna      B) una      C) dos       D) tres      E) cuatro

**Ejercicio 17.**– ¿Qué número es el mayor?

- A)  $\log_8 2$       B)  $\log_{\frac{1}{2}} 8$       C)  $\log_8 \frac{1}{2}$       D)  $\log_8 \sqrt{2}$        E)  $\log_8 \sqrt{8}$  **Ejercicio 18.**– Se tiran tres dados al azar y se multiplican los resultados. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto sea 36?

- A)  $\frac{1}{12}$       B)  $\frac{1}{15}$        C)  $\frac{1}{18}$       D)  $\frac{1}{24}$       E)  $\frac{11}{216}$

**Ejercicio 19.**– ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a la circunferencia  $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 5$ ?

- A)  $3x + 4y = 12$       B)  $2x + y = 15$        C)  $x + 3y = 15$       D)  $3x + y = 10$       E)  $x - y = 1$

**Ejercicio 20.**– El producto  $9 \times 99 \times 999$  es igual a:

- A)  $10^6 - 10^5 + 10^4 - 10^3 + 10^2 - 10 + 1$       B)  $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 + 10^2 + 10 - 1$        C)  $10^6 - 10^5 - 10^4 + 10^2 + 10 - 1$   
D)  $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 - 10 + 1$       E)  $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 + 10^2 + 1$