

I Concurso de Otoño de Matemáticas 2010

Problemas de Bachillerato

Duración de la prueba:

** Dispones de **1h. 30m.**

Puntuación:

** Cada respuesta correcta: **5 puntos**

** Cada respuesta incorrecta: **0 puntos**

** Cada respuesta en blanco: **2 puntos**

Respuestas:

** Marca con una **X** la respuesta que consideres correcta.

** Si te equivocas, escribe **NO** en la equivocada y marca con una **X** la que creas correcta.

Normas:

** No te olvides de poner tu nombre completo en cada hoja.

** No puedes usar calculadoras ni reglas graduadas ni ningún otro instrumento de medida.

** Usa exclusivamente, como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc, los folios en blanco que te facilitamos.

Consejos:

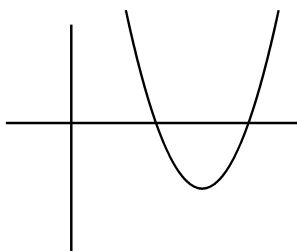
** Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles y cuando las hayas contestado, inténtalo con las restantes.

** No contestes en ningún caso al azar. Observa en las puntuaciones que las respuestas erróneas están penalizadas con 0 puntos.

=====0000———0000=====

Apellidos Nombre

Ejercicio 1.– La gráfica de abajo corresponde a la parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$.



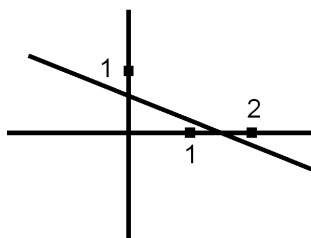
Entonces:

- A) $a > 0, b > 0, c > 0$ B) $a > 0, b < 0, c > 0$ C) $a < 0, b > 0, c < 0$
 D) $a > 0, b < 0, c < 0$ E) $a > 0, b > 0, c < 0$

Ejercicio 2.– Sean $M = 2 \times 2005^{2006}$, $N = 2005^{2006}$, $P = 2004 \times 2005^{2005}$, $Q = 2 \times 2005^{2005}$, $R = 2005^{2005}$, y $S = 2005^{2004}$. De los siguientes números, ¿cuál es el mayor?

- A) $M - N$ B) $N - P$ C) $P - Q$ D) $Q - R$ E) $R - S$

Ejercicio 3.– La gráfica de la siguiente figura es la de la recta $y = mx + n$



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $m \cdot n < -1$ B) $-1 < m \cdot n < 0$ C) $m \cdot n = 0$ D) $0 < m \cdot n < 1$ E) $m \cdot n > 1$

Ejercicio 4.– Si $\begin{cases} a + b = 4 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \end{cases}$ entonces $a^2 + b^2$ es igual a:

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 4 E) 2

Ejercicio 5.– La parábola simétrica de $y = x^2 - 6x + 13$ respecto a $x = 2$ es:

- A) $y = x^2 - 2x + 13$ B) $y = x^2 + 4x + 8$ C) $y = x^2 - 2x + 5$
 D) $y = x^2 + 4x + 13$ E) $y = x^2 + 6x + 13$

Ejercicio 6.– Con centro en el punto $Q(0, 1)$ giramos el punto $P(2, 3)$ un ángulo de 60° . El punto resultante está en la recta:

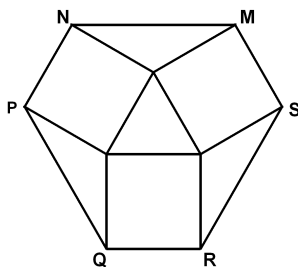
- A) $x + y = 3$ B) $x - y = 0$ C) $x + y = 2$ D) $x + y = \sqrt{3}$ E) $x - y = 2$

Apellidos Nombre

Ejercicio 7.– Entre todos los triángulos isósceles de perímetro 25cm y cuyos lados tienen medida entera en centímetros, el de mayor superficie tiene un área, en cm^2 , igual a:

- A) $\frac{45\sqrt{7}}{4}$ B) $\frac{45\sqrt{11}}{4}$ C) $16\sqrt{3}$ D) $43\sqrt{91}$ E) $\frac{41\sqrt{7}}{4}$

Ejercicio 8.– La figura siguiente está formada a partir del triángulo equilátero interior, cuyo lado mide 1cm , y los cuadrados adosados a sus lados,



¿cuál es, en cm^2 , el área del hexágono $MNPQRS$?

- A) $3 + \sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 6

Ejercicio 9.– Sean los puntos $P(0, 9)$ y $Q(0, 12)$. Los puntos P' y Q' están en la recta $y = x$. Las rectas PP' y QQ' se cortan en $R(2, 8)$. Entonces, la longitud del segmento $A'B'$ es:

- A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2 + \sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

Ejercicio 10.– Sea $N = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$. Las dos últimas cifras de N son:

- A) 10 B) 30 C) 50 D) 70 E) 81

Ejercicio 11.– Si la suma de la progresión geométrica decreciente ilimitada $1, \cos^2\alpha, \cos^4\alpha, \cos^6\alpha, \dots$ es igual a 5, ¿cuál es el valor de $\cos 2\alpha$?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Ejercicio 12.– Las circunferencias $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 0$ y $x^2 + 2x + y^2 + 2y = 18$ se cortan en puntos de la recta:

- A) $x + y = 3$ B) $2x - y = 6$ C) $3x - 4y = 2$ D) $x + y = \sqrt{3}$ E) $3x + 2y = 9$

Ejercicio 13.– En un monedero tenemos 2 monedas de un céntimo de euro, 2 de cinco, 2 de diez y 2 de veinte céntimos. Si sacamos del monedero simultáneamente dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la suma sea superior o igual a 20 céntimos?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

Apellidos Nombre

Ejercicio 14.– El valor máximo del producto $x \cdot y$ en la región: $\{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 4\}$ es:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\sqrt{5}$

Ejercicio 15.– ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación: $|x^2 - 6x + 5| = |x^2 - 3x + 1|$?

- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) cuatro

Ejercicio 16.– ¿Cuántas asíntotas tiene la curva de ecuación $\frac{x^5 + 3x - 1}{2x^4 - 1}$?

- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) cuatro

Ejercicio 17.– ¿Qué número es el mayor?

- A) $\log_8 2$ B) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ C) $\log_8 \frac{1}{2}$ D) $\log_8 \sqrt{2}$ E) $\log_8 \sqrt{8}$

Ejercicio 18.– Se tiran tres dados al azar y se multiplican los resultados. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto sea 36?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{11}{216}$

Ejercicio 19.– ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a la circunferencia $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 5$?

- A) $3x + 4y = 12$ B) $2x + y = 15$ C) $x + 3y = 15$ D) $3x + y = 10$ E) $x - y = 1$

Ejercicio 20.– El producto $9 \times 99 \times 999$ es igual a:

- A) $10^6 - 10^5 + 10^4 - 10^3 + 10^2 - 10 + 1$ B) $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 + 10^2 + 10 - 1$ C) $10^6 - 10^5 - 10^4 + 10^2 + 10 - 1$
 D) $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 - 10 + 1$ E) $10^6 - 10^5 - 10^4 - 10^3 + 10^2 + 1$