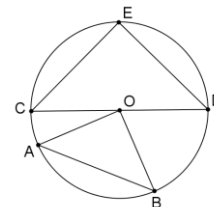


1. En la figura adjunta, CE y DE son cuerdas de igual longitud de la circunferencia de centro O de la que CD es un diámetro. Si el arco AB es un cuarto de circunferencia, ¿cuál es el cociente entre las áreas de los triángulos CED y AOB ?



- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 4 D) 3 E) 2

Como CD es un diámetro abarca media circunferencia; el ángulo en E es recto y por tanto EC = ED abarcan un cuarto de circunferencia. Por tanto, CED es doble que AOB

2. En una carrera de 10km, Víctor supera a Segundo en 2km y a Lentini en 4km. Si los corredores mantienen una velocidad constante a lo largo de toda la prueba, ¿cuántos kilómetros le sacará Segundo a Lentini?

- A) 2 B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{11}{4}$ E) 3

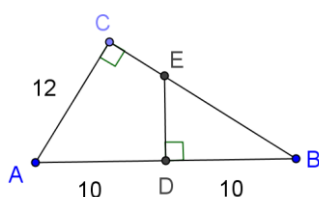
Sea t_0 el tiempo de Víctor en los 10 Km. El tiempo de Segundo en esos 10 km.: $10/(8/t_0)=5t_0/4$. Y en este tiempo, Lentini habrá recorrido: $(6/t_0) \cdot 5t_0/4 = 15/2$ Km. La diferencia entre Segundo y Lentini: $10 - 15/2 = 5/2$ km.

3. A partir de un triángulo rectángulo ABC de hipotenusa AB , construimos otro triángulo rectángulo ABD con la misma hipotenusa AB . Si $BC = 1$, $AC = b$ y $AD = 2$, BD es igual a:

- A) $\sqrt{b^2 + 1}$ B) $\sqrt{b^2 - 3}$ C) $\sqrt{b^2 + 1} + 2$ D) $b^2 + 5$ E) $\sqrt{b^2 + 3}$

 $b^2 + 1^2 = BD^2 + 2^2$ o sea: $BD^2 = b^2 - 3$ es decir $BD = \sqrt{b^2 - 3}$

4. En el triángulo ABC de la figura, el ángulo C es de 90° , D es el punto medio de AB , DE es perpendicular a AB y $AB = 20$, $AC = 12$. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $ADEC$?



- A) 75 B) 58,5 C) 48 D) 37,5 E) Nada de lo anterior

 **$CB = \sqrt{(20^2 - 12^2)} = 16$
Área ACB = $(12 \cdot 16)/2 = 96$
ACB semejante a EDB: $12/ED = 16/10$ o sea: $ED = 15/2$
Área ADEC = Área ACB - EDB = $96 - (10 \cdot 15/2)/2 = 96 - 75/2 = 117/2 = 58,5$**

5. Consideramos dos circunferencias: la mayor, de centro P y radio R ; la otra, de centro Q y radio r , y dibujamos el segmento PQ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- A) $R - r$ puede ser igual a PQ . B) $R + r$ puede ser igual a PQ
 C) $R + r$ puede ser menor que PQ D) $R - r$ puede ser menor que PQ
E) Nada de lo anterior.

Ejemplos en que se verifican los cuatro primeros casos:

A) **Tangentes interiores.** B) **Tangentes exteriores.** C) y D) **Cuando las circunferencias son exteriores.**

6. Al colorear n bolas, numeradas de 1 a n , en rojo y en negro, resulta que entre las primeras 50 hay 49 rojas y entre las restantes 7 de cada 8 son rojas. Si el número de bolas rojas es mayor o igual que el 90% del total de bolas, el valor máximo de n es:

A) 225 B) **210** C) 200 D) 180 E) 175

$$\frac{49 + \frac{7}{8}(n - 50)}{n} \geq \frac{9}{10} \quad \text{de donde } n \leq 210.$$

7. En un rombo $ABCD$ dibujamos segmentos paralelos a la diagonal BD y de extremos en los lados del rombo. Consideremos una gráfica que muestre la posible longitud de cada segmento en función de su distancia al vértice A . La gráfica es:

A) Una recta que pasa por el origen B) Una recta que corta a los semiejes positivos
 C) Dos segmentos formando una **V** D) **Dos segmentos formando una V invertida**
 E) Nada de lo anterior

Sea $b=OB$. Tomando como ejes las rectas diagonales, con $A(-1,0)$, $C(1,0)$ y $B(0,b)$, la gráfica pedida viene dada por $y = 2b(x+1)$, en $(-1,0)$, e $y = -2b(x-1)$, en $(1,0)$, que son dos segmentos en forma de **V invertida**, con vértice en $(0,2b)$.

8. ¿Cuál de los siguientes números es la suma de 11 enteros consecutivos?

A) 7 B) **77** C) 777 D) 7770 E) 7771

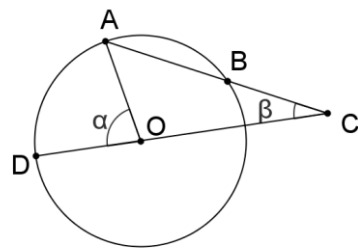
Ha de ser múltiplo de 11 lo que sólo cumple B).
 $n, \dots, n+10$: Suma: $11(n+n+10)/2 = 11(n+5)$

9. Si S es la suma de los restos de la división de 30, 31, 32, 33, 34 y 35 entre 6, ¿cuál es el resto de la división de S entre 6?

A) 0 B) 1 C) 2 D) **3** E) 5

$S=0+1+2+3+4+5= 12$. Resto $S/6$ es 3.

10. En la circunferencia de la figura, de centro O , prolongamos la cuerda AB hasta que corte en C al diámetro OD , de manera que BC sea igual al radio, y llamamos α y β a los ángulos que se indican. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones expresa la relación entre α y β ?



A) $\alpha = 3\beta$ B) $\alpha = 2\beta$ C) $\alpha = 60^\circ$
 D) No hay relación especial entre α y β
 E) $\alpha = 3\beta$ o $\alpha = 2\beta$ según la longitud de AB

Los triángulos AOB y OBC son isósceles. Por tanto como $BOC = \beta$, $ABO=2\beta$ y $\alpha = OAB + \beta = AOB + \beta = 3\beta$

11. El día 4 de enero de un cierto año bisiesto fue viernes. Tres años después, ¿en qué día de la semana cayó el 14 de abril?

- A) Miércoles **B) Jueves** C)Viernes D) Sábado E) Domingo

12. Si $1 < x < 10$, $1 < y < 10$, ¿qué afirmación de las siguientes es necesariamente verdadera?

- A) $y < \frac{10}{x}$ **B) $x > \frac{y}{10}$** C) $y < \frac{x}{10}$ D) $x < \frac{y}{10}$ E) $\frac{100}{x} < y$

10x > y pues $y < 10$ y $x > 1$. Todas las demás no son necesariamente ciertas como fácilmente puede comprobarse. La respuesta correcta es, pues, **B)**

13. El número de triángulos con los tres lados desiguales, de longitud entera y de perímetro menor que 13 es:

- A) 1 B) 2 **C) 3** D) 4 E) 18

De perímetro 12: el triángulo de lados: 5, 4, 3 y no hay más.

De perímetro 11: el triángulo de lados: 5, 4, 2 y no hay más.

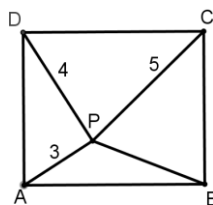
De perímetro 10: no hay ninguno.

De perímetro 9: el triángulo de lados: 4, 2, 3 y no hay más.

Y ya no hay más.

Luego en total hay 3.

14. Si P es un punto interior al rectángulo $ABCD$ tal que $PA = 3$ cm, $PD = 4$ cm, $PC = 5$ cm,



PB , en centímetros, es igual a:

- A) $2\sqrt{3}$ **B) $3\sqrt{2}$** C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 2

Consideremos los triángulos PDC y APB.

Trazando en cada uno de ellos la altura sobre el lado del rectángulo y utilizando el teorema de Pitágoras, obtenemos: $PA^2 - PB^2 = PD^2 - PC^2$; o sea: $9 - PB^2 = 16 - 25$; de donde sigue que $PB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

15. Si la base mayor de un trapecio isósceles es igual a la diagonal y la base más pequeña igual a la altura, el cociente entre la base pequeña y la grande es:

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ **D) $\frac{3}{5}$** E) $\frac{2}{5}$

Sean B y b las bases mayor y menor del trapecio isósceles. Se verifica:

$B^2 = [B - (B-b)/2]^2 + b^2$. $B^2 = [(B+b)/2]^2 + b^2$

$5b^2 + 2Bb - 3B^2 = 0$; y resolviendo esta ecuación en b obtenemos para la solución positiva: $b = (3/5)B$. De donde $b/B = 3/5$

16. Pedro tiene una caja fuerte con un código de tres cifras. Ha olvidado el código, pero sabe que las tres cifras son diferentes y que la primera cifra es igual al cuadrado del cociente de la segunda entre la tercera cifra. ¿Cuántas combinaciones deberá probar, en el peor de los casos, hasta encontrar el código?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

Las únicas combinaciones posibles, según las condiciones del problema, son estas cuatro:

4, 2, 1; 9, 3, 1; 9, 6, 2; 4, 6, 3

la última cifra ha de ser divisor estricto de la segunda, descartando los casos en que el cuadrado del cociente repite una cifra o es mayor que 9.

17. El segmento que une los puntos medios de las diagonales de un trapecio tiene 3 unidades de longitud. Si la base mayor mide 97 unidades, la base menor mide:

A) 94 B) 92 C) 91 D) 90 E) 89

La paralela media del trapecio mide $3 + b$ (pues la paralela media cada triángulo determinado por una diagonal, el lado correspondiente y la base menor, mide $b/2$).

Por tanto: $3+b = (B + b)/2 = (97+b)/2$, de donde resulta $b=91$

18. ¿Cuántos divisores de cuatro cifras tiene el número 102^2 ?

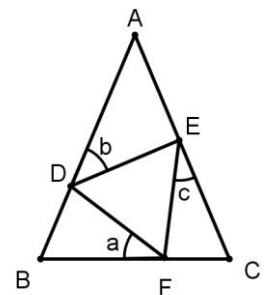
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Dos: $51 \cdot 51 = 2601$ y $51 \cdot 51 \cdot 2 = 5202$

19. En el dibujo que ves, AB y AC son lados del triángulo isósceles ABC en el que inscribimos el triángulo equilátero DEF . Si los ángulos a , b y c son los que hemos marcado, entonces:

A) $b = \frac{1}{2}(a + c)$ B) $b = \frac{1}{2}(a - c)$ C) $a = \frac{1}{2}(b - c)$

D) $a = \frac{1}{2}(b + c)$ E) Nada de lo anterior



Sea α el ángulo en la base del triángulo isósceles.

Se verifica: $\alpha + a + 120 - b = 180$ y $\alpha + c + 120 - a = 180$

De ambas: $a = (1/2)(b+c)$

20. Si cuando escribimos $a \Delta b$ queremos decir $(a + b)/(a - b)$, ¿cuál será el valor de $(3 \Delta (2 \Delta 3))$?

A) $-3/7$ B) $1/3$ C) -5 D) $1/2$ E) $-1/4$

En Resolución de problemas: 11, 20