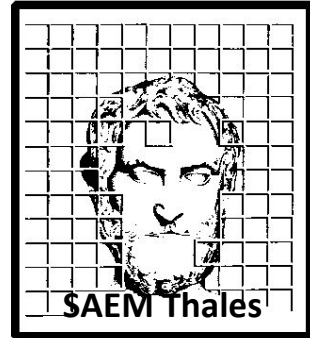


V CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



Preparatorio para la 51ª Edición Olimpiada Matemática Española
Sevilla, viernes 31 de octubre de 2014

Facultad de Matemáticas y
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Tacha con una **X** la letra de la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y tacha a continuación la solución que consideres correcta.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos; cada respuesta en blanco 2, y cada respuesta errónea, 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
 - * No te olvides de poner tu nombre completo en cada hoja.
 - * Usa exclusivamente, como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc., los folios en blanco que te facilitamos.
 - * Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
 - * Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.

Apellidos Nombre

1.- Consideremos la operación que consiste en tomar un número, sumarle 1 y multiplicar el resultado por 2. Si comenzamos por el número 2 y repetimos la operación sobre cada resultado, ¿qué número tendré después de 100 operaciones?

- A) $2^{100} + 2$ B) $2^{102} + 2$ C) $2^{101} - 2$ D) $2^{102} - 2$ E) $3 \cdot (2^{100} - 1)$

2.- J y P comienzan un juego de azar con 100 € cada uno. Juegan dos partidas de forma independiente, apostando en cada caso el dinero del que disponen. En la primera, J gana un 10% y P pierde un 10%. En la segunda, J pierde un 10% y P gana un 10%. Entonces:

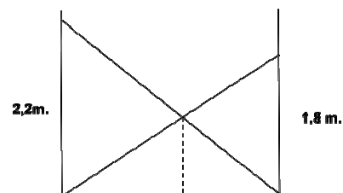
- A) J gana y P pierde B) J pierde y P gana C) Ambos pierden D) Ambos ganan igual E) Ambos ganan distinta cantidad

3.- Un segmento de longitud unidad tiene sus extremos sobre una circunferencia de radio $\frac{\sqrt{2}}{2}$. De las dos regiones en que dicho segmento divide al círculo, ¿cuál es el área de la más grande?

- A) $\frac{\pi - 2}{8}$ B) $\frac{\pi + 6}{8}$ C) $\frac{\pi + 2}{4}$ D) $\frac{3\pi + 2}{8}$ E) $\frac{\pi}{2}$

4.- Dos escaleras de mano están situadas sobre las esquinas opuestas del pasillo de una casa, de forma que una de ellas alcanza una altura de 2,2 m. sobre la pared en la que se apoya y la otra 1,8 m. de altura sobre la pared opuesta. ¿A qué altura del suelo se cruzan ambas escaleras?

- A) 0,99 m. B) 1,02 m. C) 1,04 m. D) 1,06 m. E) 1,08 m..



5.- Las tres caras distintas de un prisma recto de base rectangular tienen de perímetro 12, 16 y 20 unidades respectivamente. ¿Cuál será el volumen de dicho prisma?

- A) 48 B) 44 C) 58 D) 37 E) 60

6.- Una operación aritmética que se denota por #, tiene las tres reglas siguientes:

$$x \# 0 = x; \quad x \# y = y \# x; \quad (x + 1) \# y = (x \# y) + y + 1$$

para cualesquiera números x, y . Entonces, $5 \# 3$ vale:

- A) 15 B) 19 C) 23 D) 27 E) 31

7.- Dos personas están de pie, espalda contra espalda en el andén de una estación de tren. Cuando la cabeza de un tren que pasa por la estación llega a su altura, ambas personas empiezan a andar en sentido contrario, paralelamente a la vía y cada una de ellas se para cuando está a la altura de la cola del tren. Una de ellas recorre 30 m. y la otra 40 m. Si las dos personas caminan a la misma velocidad constante y el tren también va a velocidad constante, ¿cuál es la longitud del tren?

- A) 200 m. B) 210 m. C) 220 m. D) 230 m. E) 240 m.

8.- Un polinomio $P(x)$ de grado 2 verifica que: $P(1) = 1$; $P(2) = 1/2$; $P(3) = 1/3$. ¿Cuánto vale $P(4)$?

- A) $1/4$ B) $1/2$ C) $3/4$ D) 1 E) $5/4$

9.- Sobre el segmento MN, con $M(5,3)$ y $N(3,9)$, se construye un cuadrado con este lado. Indica cuál de los siguientes puntos puede ser centro de dicho cuadrado

- A) (6,6) B) (7,7) C) (7,6) D) (6,7) E) (8,6)

10.- Entre los números 1, 2, 3, ..., 2014 elegimos al azar cuatro números, a, b, c, d , pudiendo aparecer números repetidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número $ab - cd$ sea par?

- A) $5/8$ B) $7/16$ C) $1/2$ D) $9/16$ E) $3/8$

Apellidos Nombre

11.- Los números $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{7}$ son términos consecutivos de una progresión geométrica de razón r , es decir, cada término se obtiene del anterior multiplicando por r . El siguiente término de dicha progresión es:

- A) $\sqrt[5]{7}$ B) $\sqrt[9]{7}$ C) $\sqrt[10]{7}$ D) $\sqrt[18]{7}$ E) 1

12.- ¿Qué término de la sucesión: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, ... ocupa el lugar 1035 ?

- A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

13.- Sabiendo que $2^x + 2^{-x} = 5$, ¿Cuánto vale $8^x + 8^{-x}$?

- A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 130

14.- Las páginas de un libro está numeradas 1, 2, 3, 4,... Si se ha empleado un total de 852 dígitos para enumerarlas, ¿cuál es el número de la última página?

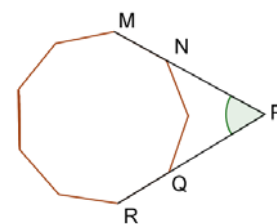
- A) 215 B) 304 C) 320 D) 339 E) 422

15.- ¿Cuántos conjuntos de tres primos tienen la propiedad de que el producto de los tres es cinco veces su suma.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 7

16.- La figura muestra un polígono regular de nueve lados (eneágono), en el que hemos prolongado los lados MN y RQ hasta cortarse en el punto P. ¿Cuál es el valor del ángulo con vértice P, QPN ?

- A) 40° B) 45° C) 50° D) 55° E) 60°



17.- ¿Cuál de las siguientes funciones tiene el eje OY como eje de simetría?

- A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \operatorname{sen} x$ C) $y = x \operatorname{cos} x$ D) $y = x \operatorname{sen} x$ E) $y = x^3$

18.- Escribimos la solución de la ecuación $7^{x+7} = 8^x$ como $x = \log_b 7^7$, ¿cuál es el valor de b?:

- A) 7/15 B) 7/8 C) 8/7 D) 15/8 E) 15/7

19.- En el interior de un cuadrado de lado 1 se toma un punto P. Designamos por $d(P)$ la distancia de P al lado del cuadrado que se encuentra más cerca. La probabilidad de que $d(P)$ sea mayor o igual que 1/5 y menor o igual que 1/3 es:

- A) $\frac{56}{225}$ B) $\frac{53}{225}$ C) $\frac{49}{225}$ D) $\frac{47}{225}$ E) $\frac{43}{225}$

20.- En la figura de la derecha AB tiene longitud 1, los ángulos en B y C son rectos y los ángulos BAC y CAD son iguales ¿Cuál es la longitud del segmento AD?

- A) $\operatorname{cos} \alpha + \operatorname{tg} \alpha$ B) $\operatorname{cos} 2\alpha$ C) $\operatorname{cos} \alpha + \operatorname{sen} \alpha$ D) $\frac{1}{\operatorname{cos}^2 \alpha}$ E) $\frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha}$

